



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"
Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Corso di Topografia e Idrografia

Lezione 3

Misure di angoli

Il teodolite

Claudio Parente

SISTEMI DI MISURA DEGLI ANGOLI

L'ampiezza di un angolo può essere espressa in diverse unità di misura. Per gli scopi topografici risultano essere rilevanti i seguenti sistemi di unità di misura:

SESSAGESIMALE
(10° 23' 54.2243'')

SESSADECIMALE
(10°.398396)

CENTESIMALE
(11^g.553773)

MATEMATICO
(0^r.181486)

Angoli: sistemi di misura

Sessagesimale

L'unità di misura è il grado
sessagesimale

1 grado = 1/360 di angolo giro

Angoli: sistemi di misura

Sessagesimale

I sottomultipli sono:

il primo = $1/60$ di grado

il secondo = $1/60$ di primo

$a^\circ = 115^\circ 12' 25''$

Angoli: sistemi di misura

Centesimal

L'unità di misura è il grado
centesimal

1 grado = 1/400 di angolo giro

Angoli: sistemi di misura

Centesimale

I sottomultipli sono:

il primo = $1/100$ di grado

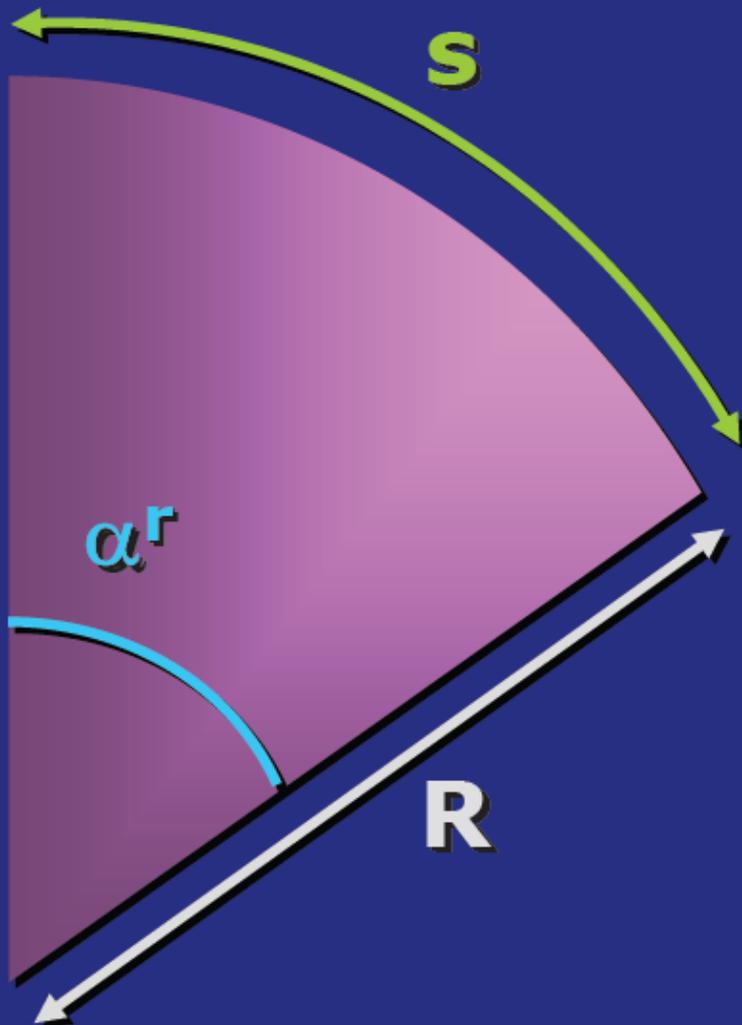
1^c

il secondo = $1/100$ di primo

1^{cc}

$$\alpha^G = 371^G,1532$$

Angoli: sistemi di misura



Analitico

L'unità di misura
è il **radiante**

$$\alpha^r = \frac{s}{R}$$

$$\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^\circ}{360} = \frac{\alpha^G}{400}$$

Conversione fra sistemi

$$\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^o}{360} = \frac{\alpha^G}{400}$$

Da **gradi centesimali** a **gradi radianti**

$$\alpha^r = \frac{2\pi}{400^G} \alpha^G = \frac{1}{63,6619172..} \alpha^G$$

Da **gradi sessagesimali** a **gradi radianti**

$$\alpha^r = \frac{2\pi}{360^o} \alpha^o = \frac{1}{57,2957795..} \alpha^o$$

Conversione fra sistemi

$$\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^\circ}{360} = \frac{\alpha^G}{400}$$

Da **primi centesimali** a **primi radianti**

$$\alpha^{r'} = \frac{2\pi}{400 \times 100} = \frac{1}{6366,19..} \approx \frac{1}{6000}$$

Da **primi sessagesimali** a **primi radianti**

$$\alpha^{r'} = \frac{2\pi}{360 \times 60} = \frac{1}{3437,..} \approx \frac{1}{3000}$$

Conversione fra sistemi

$$\frac{\alpha^r}{2\pi} = \frac{\alpha^\circ}{360} = \frac{\alpha^G}{400}$$

Da **secondi centesimali** a **secondi radianti**

$$\alpha_{r''} = \frac{2\pi}{400 \times 100 \times 100} = \frac{1}{636619, \dots} \approx \frac{1}{600000}$$

Da **secondi sessagesimali** a **secondi radianti**

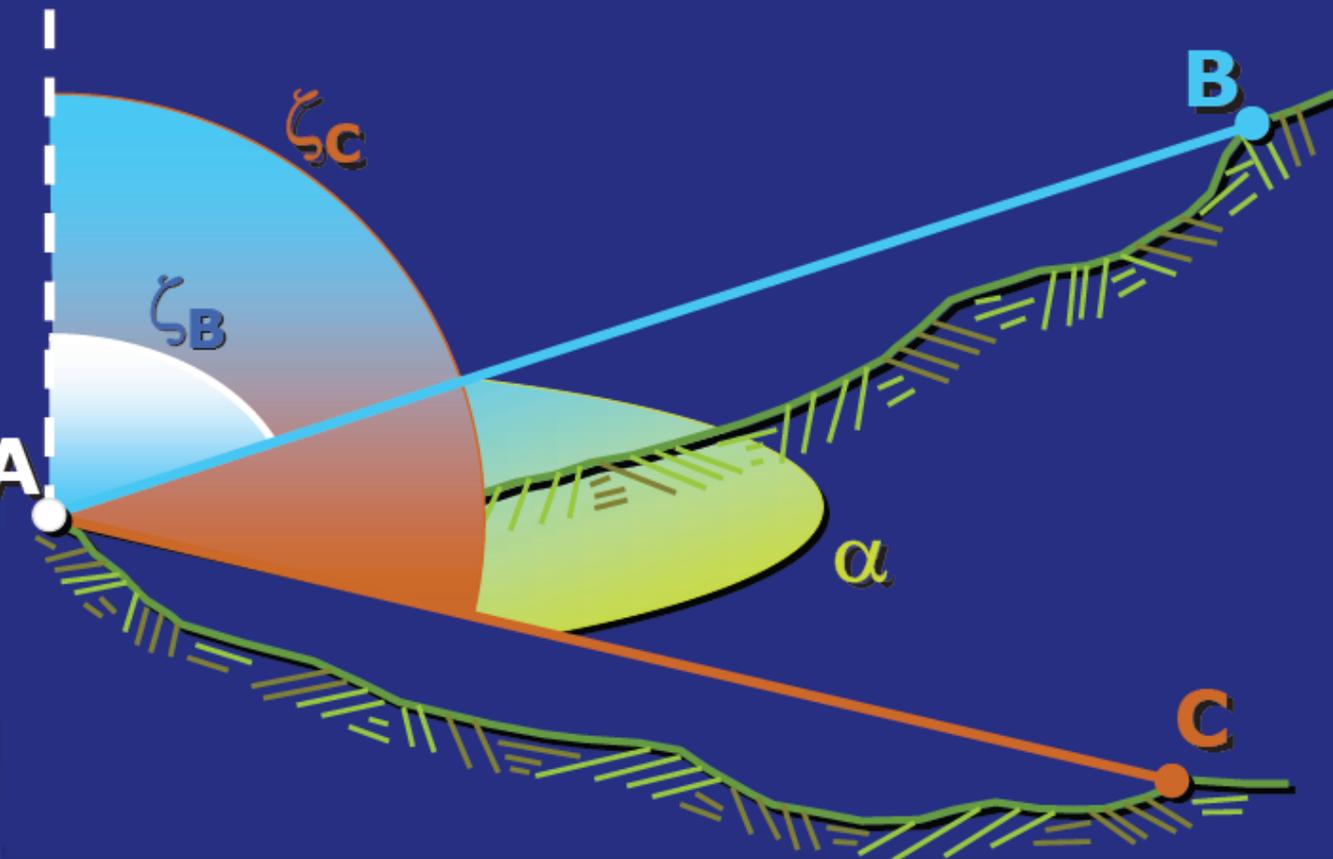
$$\alpha_{r'''} = \frac{2\pi}{360 \times 60 \times 60} = \frac{1}{206264,8 \dots} \approx \frac{1}{200000}$$

Il teodolite

Consente la misura **diretta** di angoli

Azimutali α

Zenitali ζ_B ζ_C



Topografia

Il teodolite

Il **basamento** si innesta
nella **basetta**

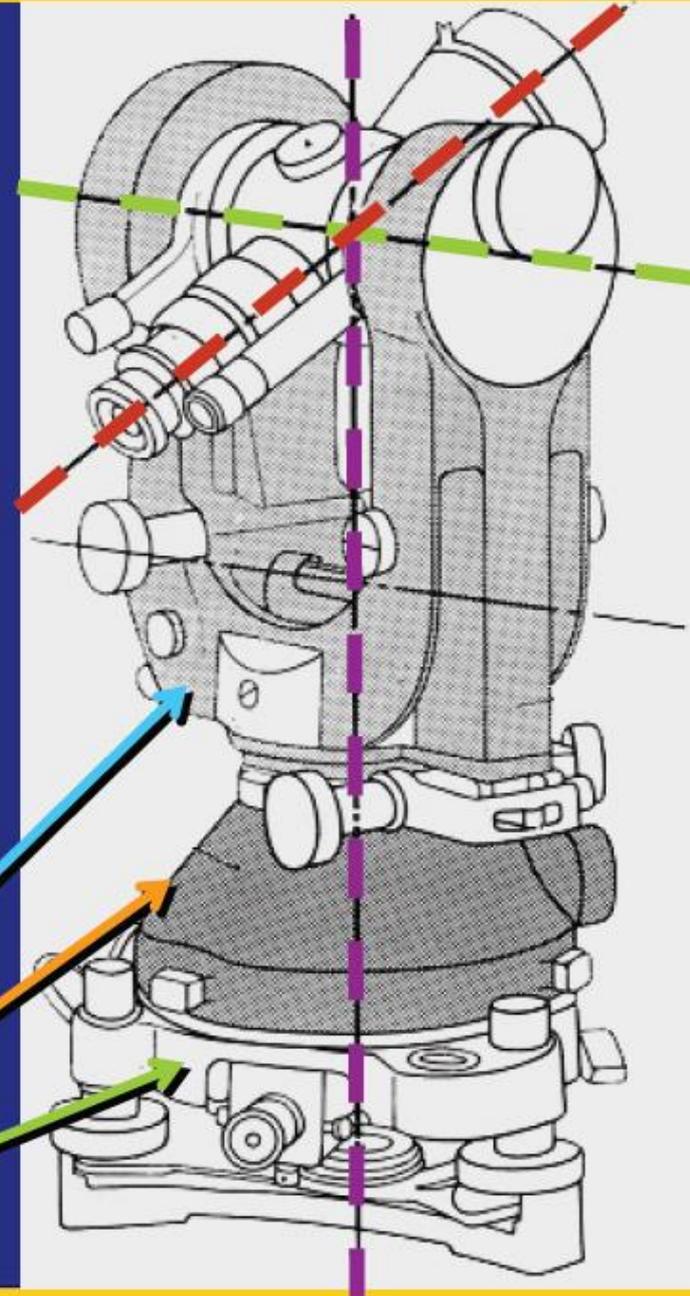
Nel **basamento** c'è una
cavità cilindrica: il collare

Nel collare si innesta
il perno dell'**alidada**

alidada

basamento

basetta



Topografia

Il teodolite

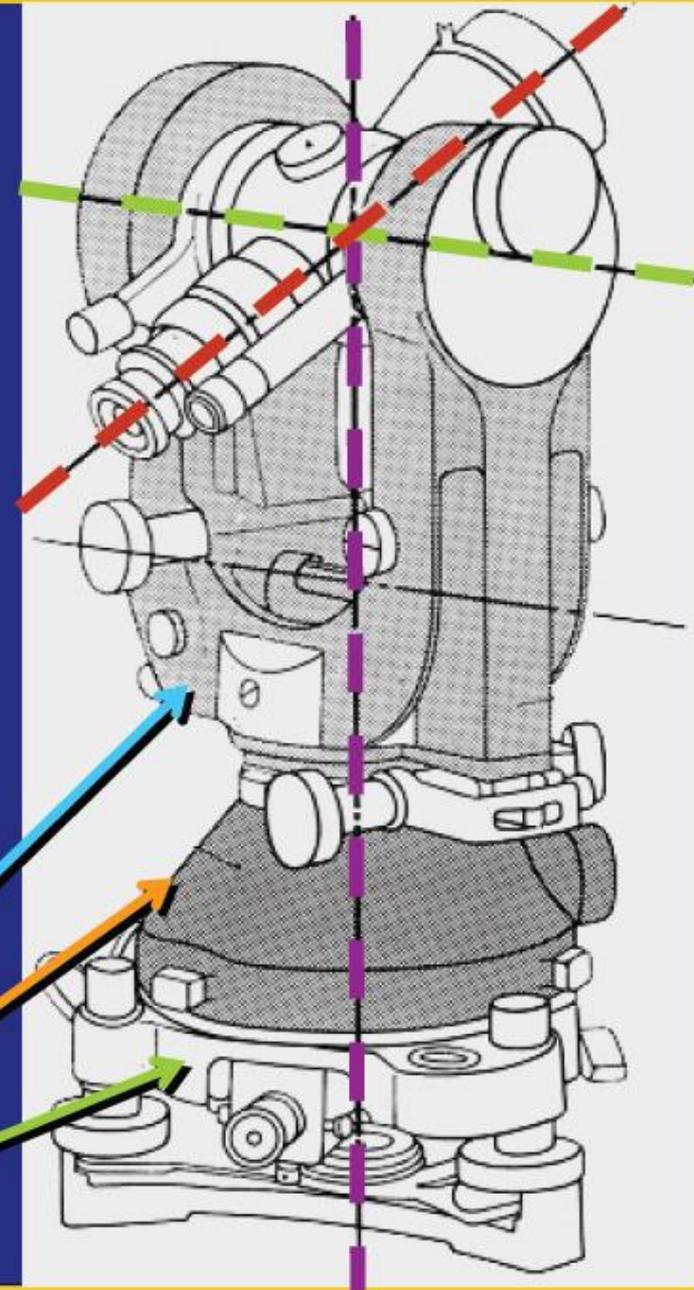
L'**alidada** ha due bracci che sostengono il perno

Attorno al perno ruota il **cannocchiale**

alidada

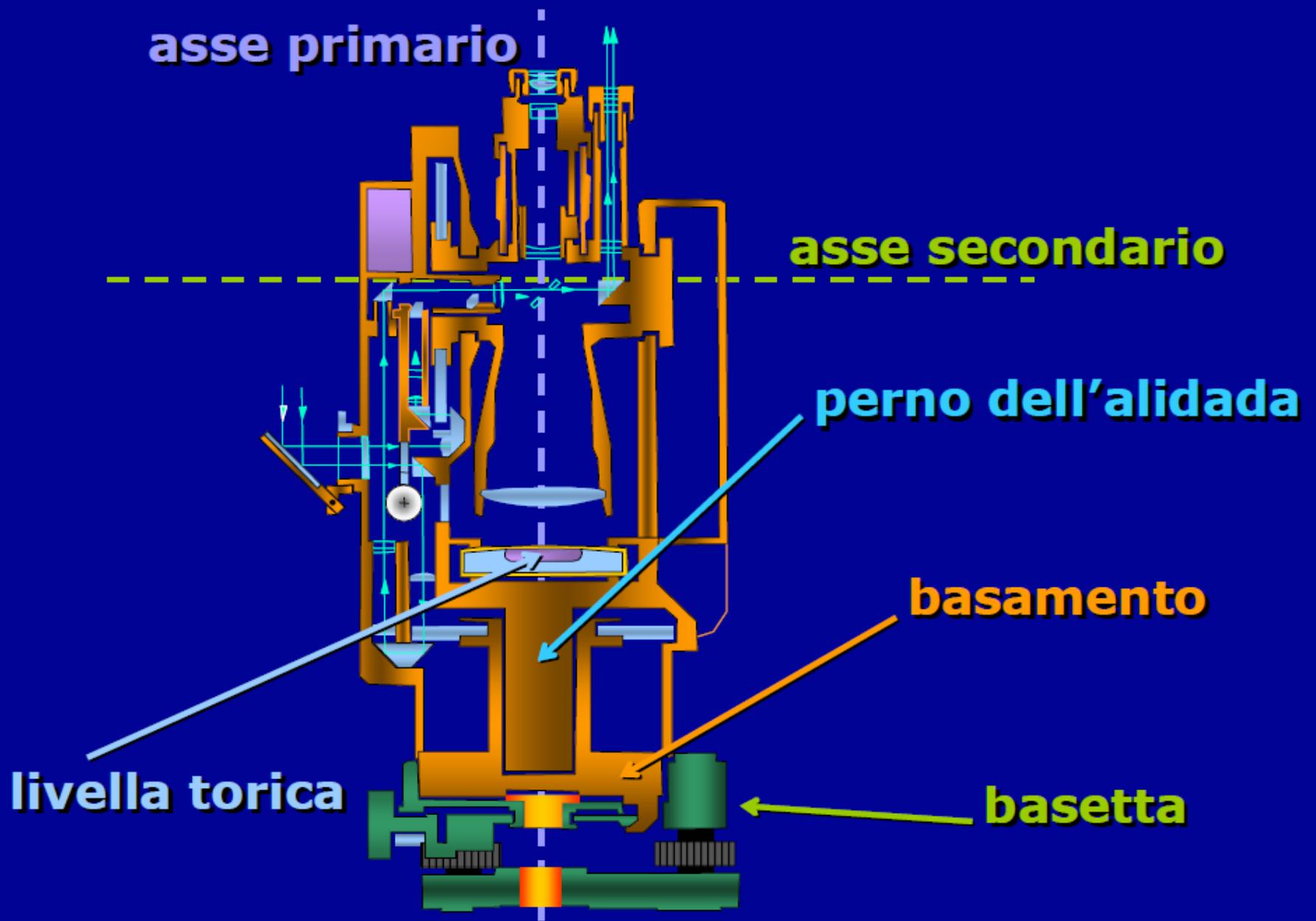
basamento

basetta



Topografia

Il teodolite



Topografia

Il teodolite



Topografia

Il teodolite

Il teodolite ha organi che consentono la materializzazione degli angoli azimutali e zenitali

L'asse primario può materializzare la verticale per il punto di stazione

L'asse del cannocchiale materializza l'asse di collimazione

Angoli azimutali

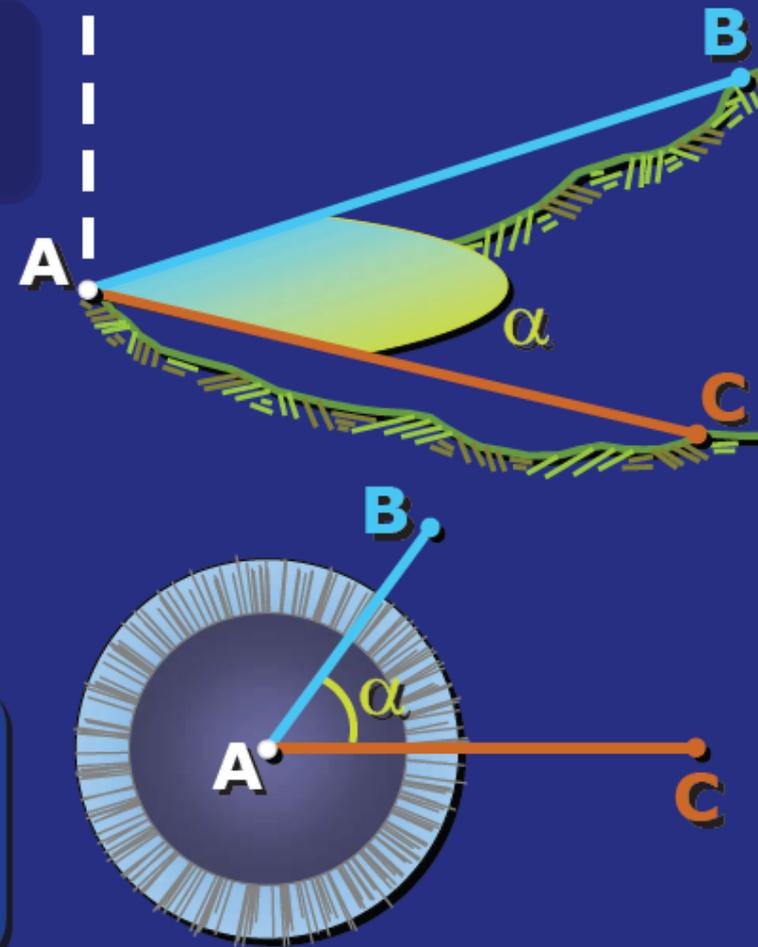
Sul collare è calettato un cerchio graduato

Solidale con l'alidada c'è un indice

Avendo posizionato l'asse primario verticale, in **condizioni di rettifica**,

collimando il punto **B** l'indice indicherà L_B

collimando il punto **C** l'indice indicherà L_C

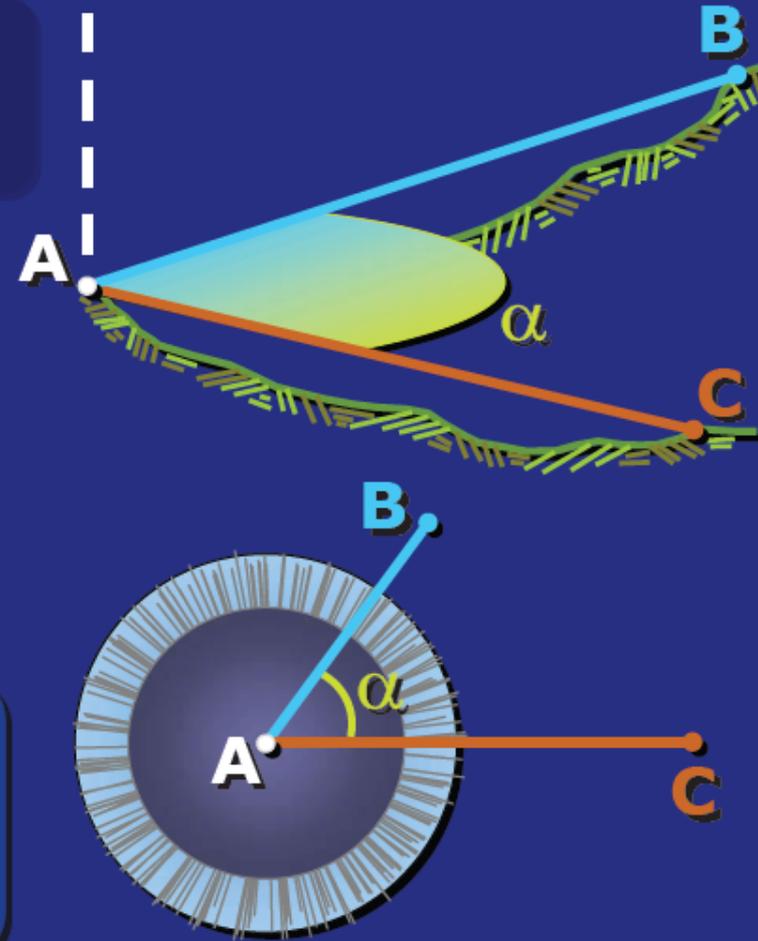


Angoli azimutali

Sul collare è calettato un cerchio graduato

Solidale con l'alidada c'è un indice

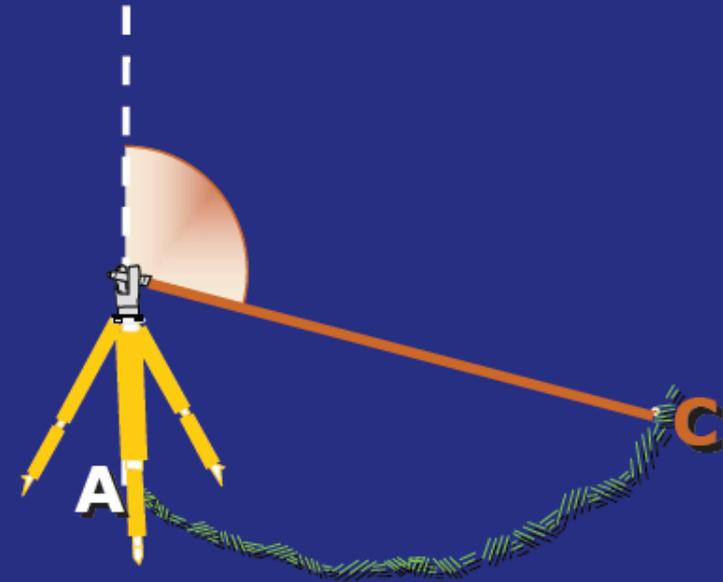
Avendo posizionato l'asse primario verticale, in **condizioni di rettifica**,



$$\alpha = L_C - L_B$$

Angoli zenitali

Sullo stesso perno che porta il cannocchiale è montato il **cerchio verticale**

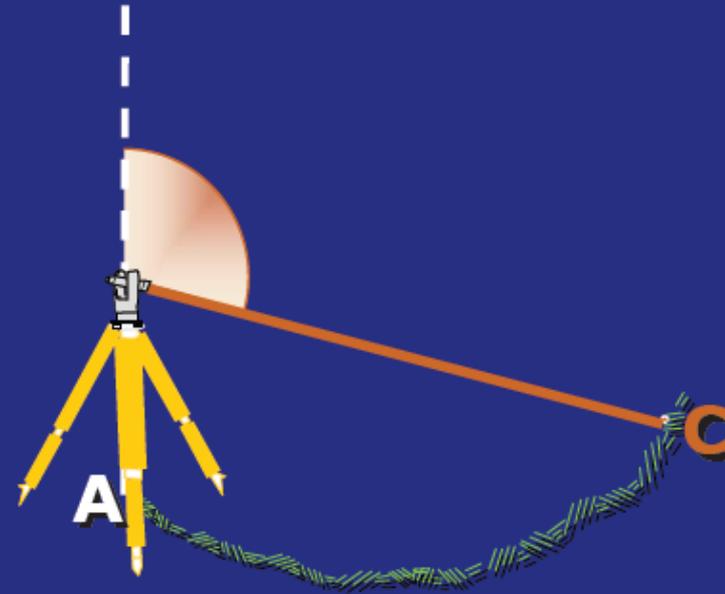


L'indice di lettura al cerchio verticale è solidale con l'alidada

La condizione di rettifica è:

a cannocchiale verticale l'indice deve segnare zero

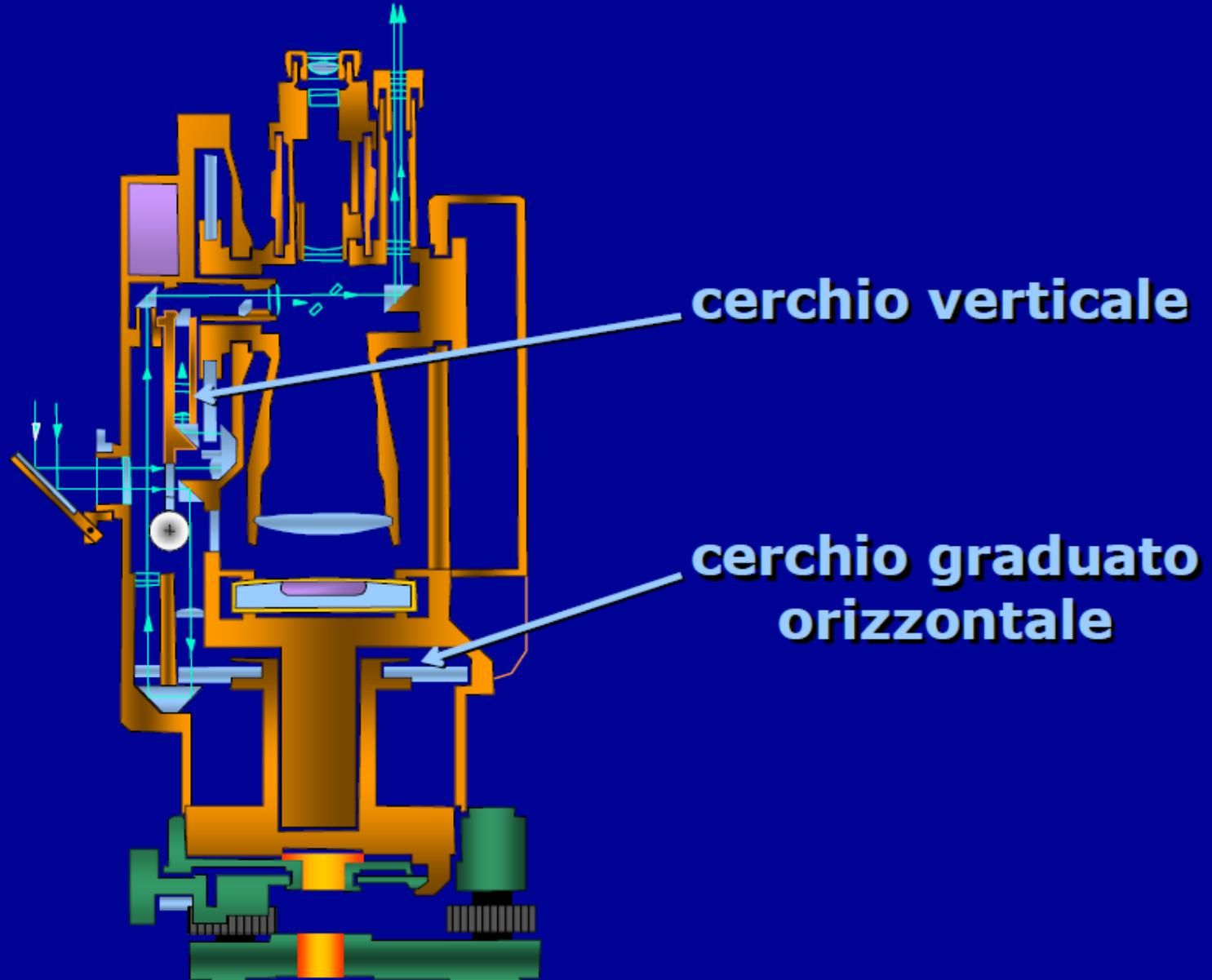
Angoli zenitali



Ruotando il cannocchiale nel piano verticale per collimare il punto sull'indice si legge l'angolo zenitale

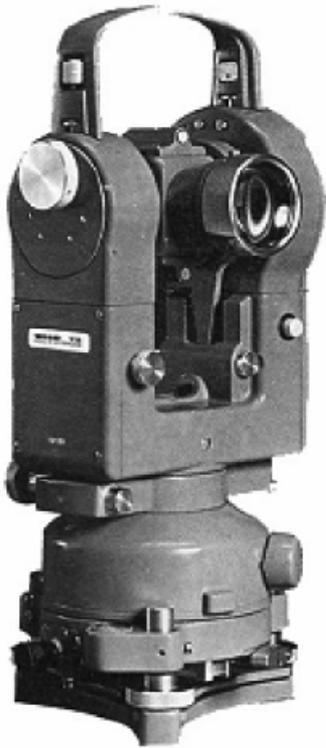
Topografia

Il teodolite



I teodoliti sono gli strumenti specifici per la misura diretta degli **angoli azimutali** e **zenitali** ⇨ goniometri

A seconda della tecnica usata per effettuare le misure, i teodoliti si distinguono in:



T. ottico-meccanici
(o classici, o tradizionali)

T. elettronici
(con distanziometro integrato)
Stazioni totali
(registrano i dati elaborati)



I tacheometri sono strumenti analoghi ai teodoliti, da cui si differenziano essenzialmente per la precisione intrinseca, oltre che per l'assenza (in linea di massima) di un reticolo distanziometrico.

Precisione intrinseca comparata di teodolite e tacheometro

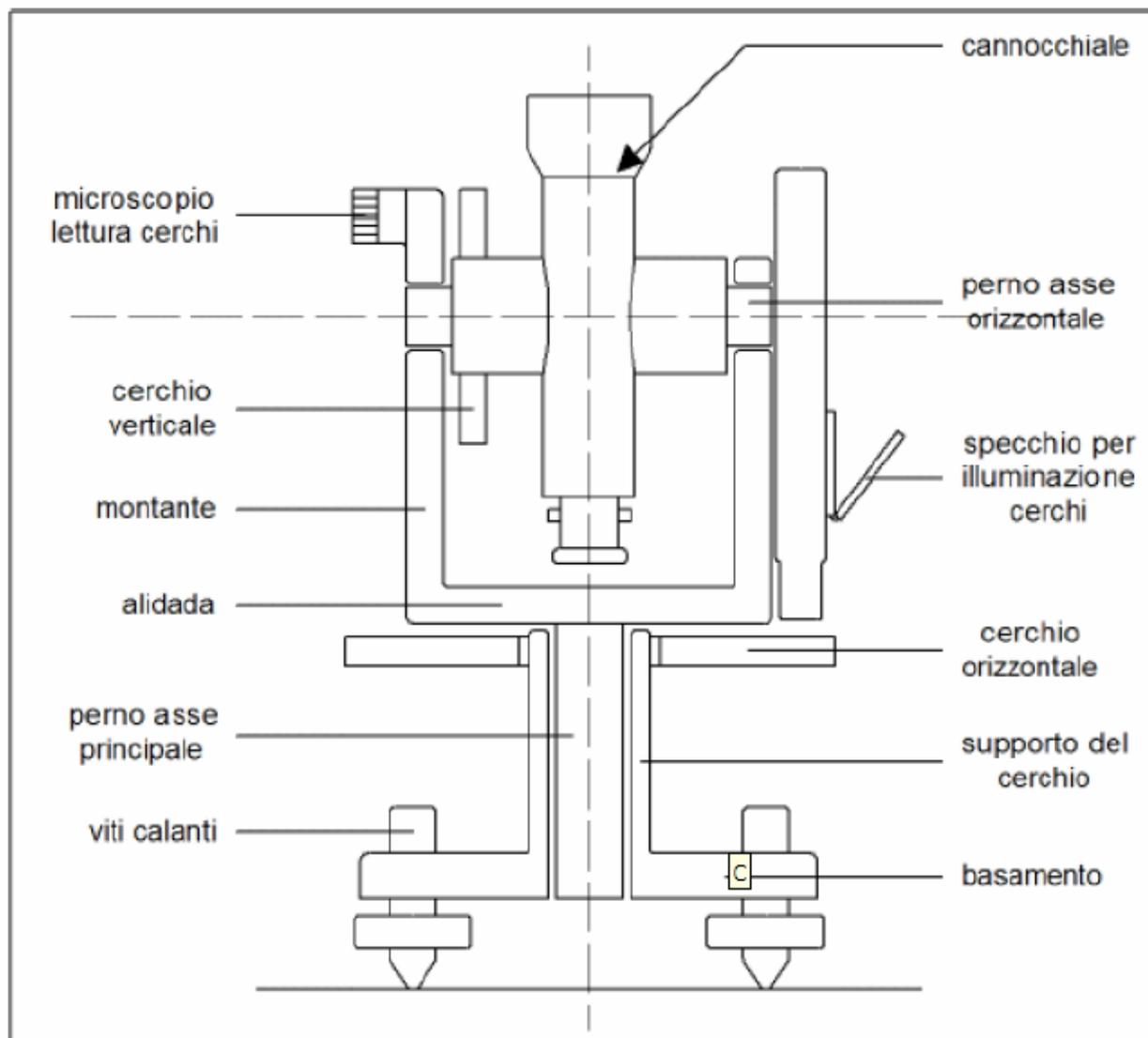
Teodolite	secondo sessagesimale <i>ovvero</i> decimillesimo di gon
Tacheometro	primo sessagesimale <i>ovvero</i> centesimo di gon

CLASSIFICAZIONE DEI TEODOLITI

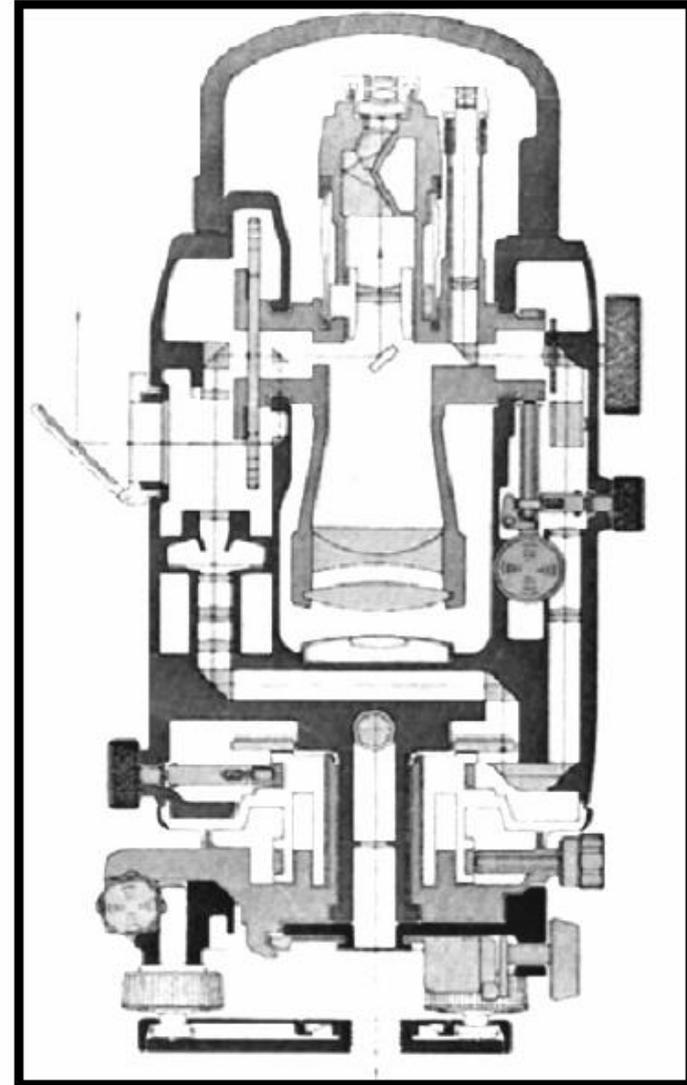
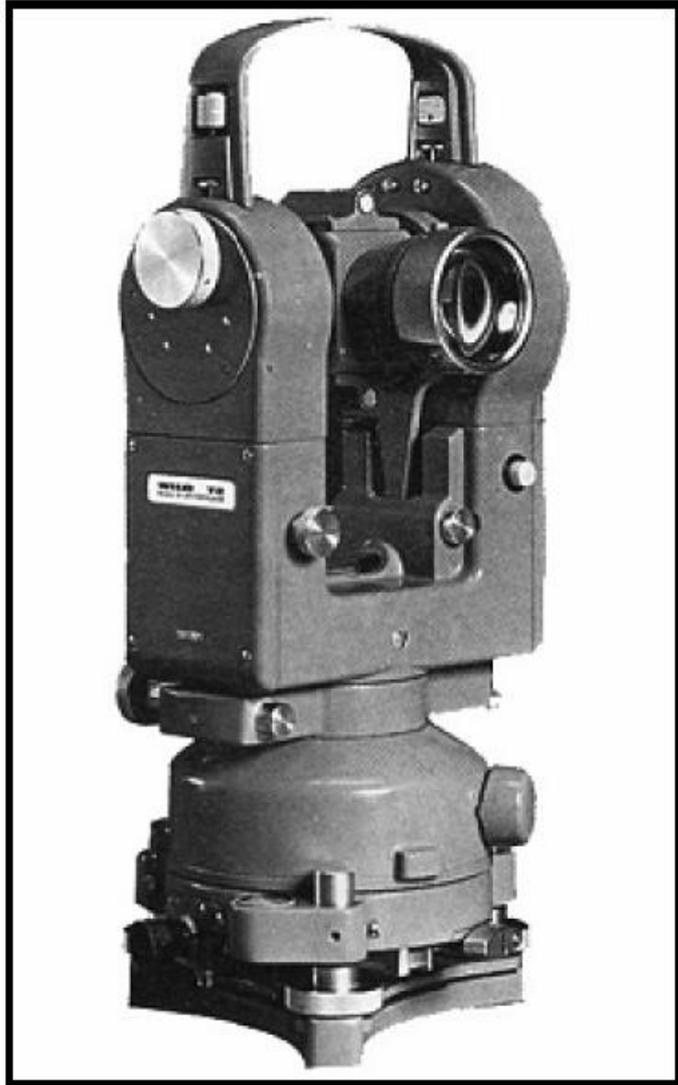
In rapporto all'incertezza di misura degli angoli, è possibile classificare i teodoliti come segue:

- Teodoliti al decimillesimo → Da triangolazione
- Teodoliti al millesimo } → Da ingegneria
- Teodoliti al centesimo }
- Teodoliti ai cinque centesimi → Da cantiere

STRUTTURA DI UN TEODOLITE GENERICO



STRUTTURA DEL TEODOLITE: IL WILD T2



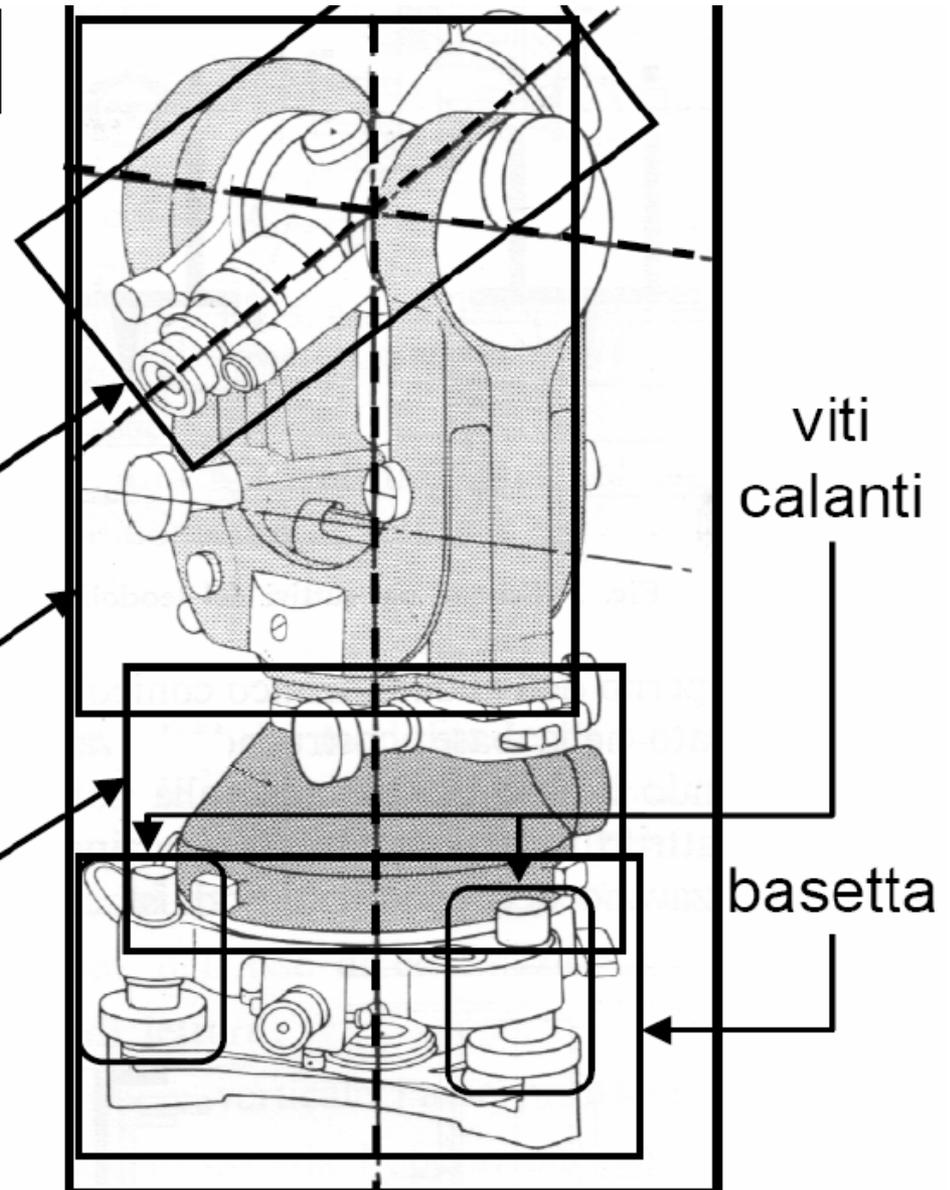
PARTI DEL TEODOLITE

Il basamento si innesta nella bassetta, è orizzontabile tramite le viti calanti e ospita il collare, una cavità cilindrica in cui alloggia il perno dell'alidada. Questa presenta due montanti che sostengono il perno attorno a cui ruota il cannocchiale.

cannocchiale

alidada

basamento

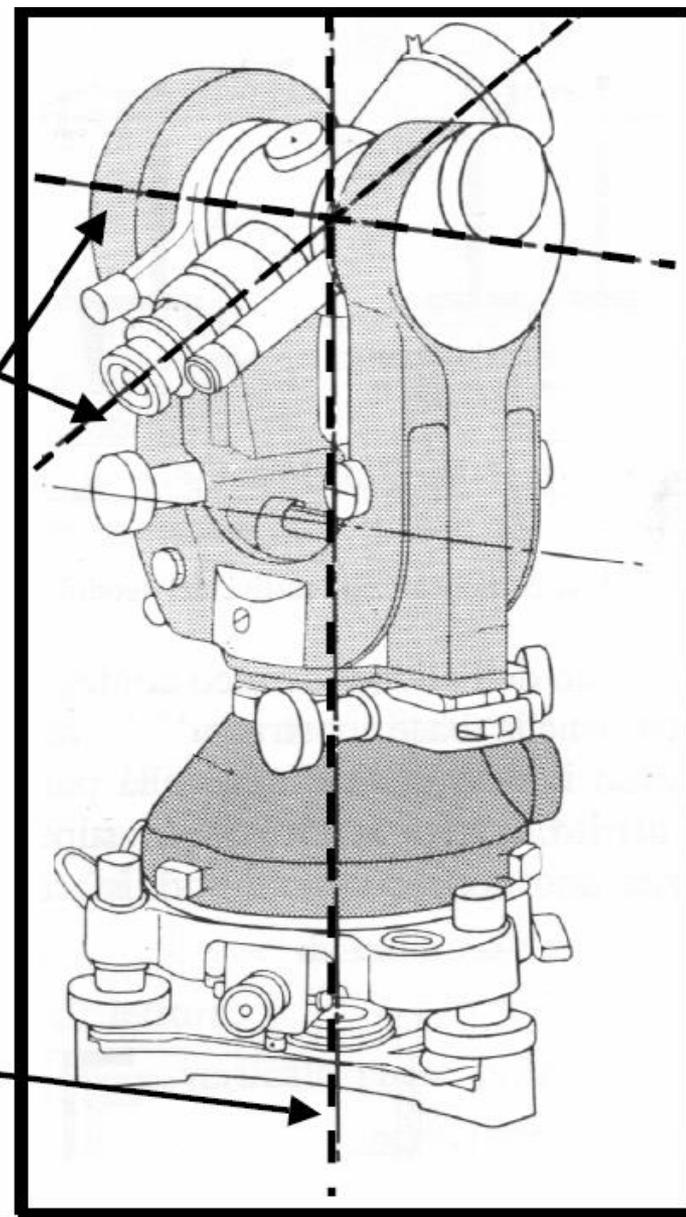


ASSI DEL TEODOLITE

Asse di collimazione
(asse ottico del cannocchiale)

Asse secondario
(asse di rotazione del cannocchiale)

Asse primario
(asse di rotazione dell'alidada)



Nel teodolite si distinguono gli assi:

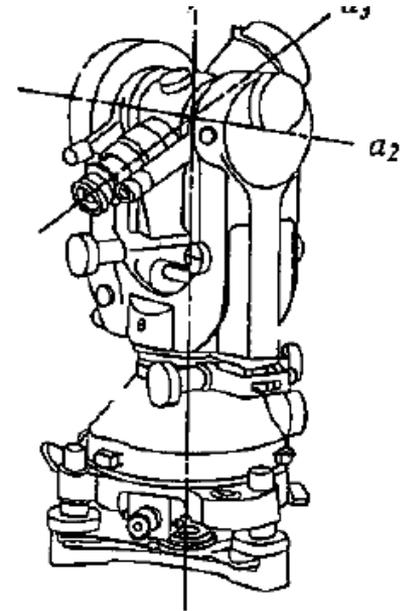
- principale o di rotazione dell'alidada (a_1)
- secondario o di rotazione del cannocchiale (a_2)
- terziario o di collimazione del cannocchiale (a_3)

Le tre parti costituenti il teodolite, basamento, alidada e cannocchiale, devono essere assemblate in modo che siano rispettate le **condizioni di rettifica**:

- i tre assi fondamentali devono avere come unico punto d'intersezione il centro strumentale
- l'asse a_2 deve essere perpendicolare all'asse a_1
- l'asse a_3 deve essere perpendicolare all'asse a_2

Se lo strumento è rettificato, posto l'asse a_1 verticale si ha che:

- il cerchio azimutale giace in un piano orizzontale
- il cerchio zenitale giace in un piano verticale
- l'asse a_2 è orizzontale
- l'asse a_3 descrive piani verticali passanti per il centro strumentale



Il cerchio orizzontale è solidale al basamento mentre gli indici di lettura sono solidali all'alidada.

Il cerchio verticale è solidale al cannocchiale e i relativi indici sono interni all'alidada.

I cerchi sono di vetro ottico, hanno un raggio che varia da 4 a 8cm e la graduazione è incisa o riprodotta fotograficamente (spessore tratti 1/10 o 1/100 μ m).

L'osservazione ai cerchi si esegue con microscopi composti, il cui percorso all'interno del teodolite è molto complesso.

Nelle letture, si leggono direttamente i gradi e le frazioni di grado incise sul cerchio e si valutano le frazioni di intervallo secondo due modalità:

- mediante conteggio o stima (strumenti a stima)
- mediante misura della frazione (strumenti micrometrici)

Topografia

Il teodolite

Lo schema di misura esaminato
vale in **condizioni di rettifica**

Condizione di rettifica

in fase di misura

Ponendo lo strumento in stazione
su un punto, l'asse primario
deve coincidere con la verticale
passante per quel punto

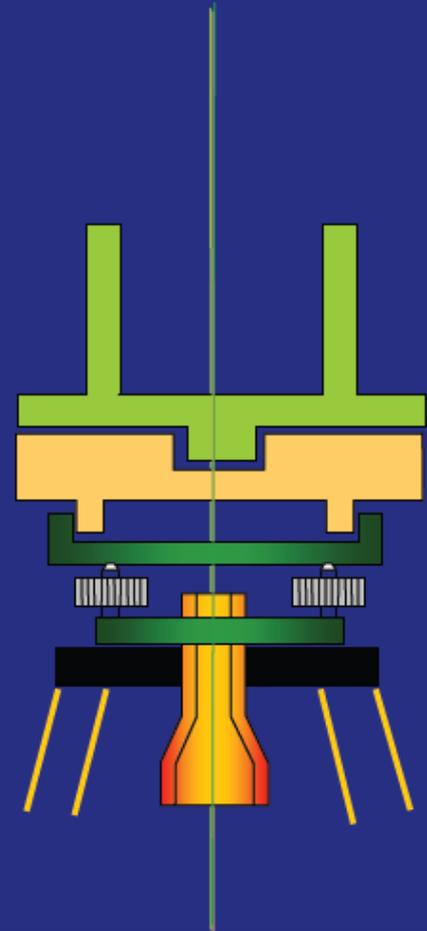
Topografia

Il teodolite

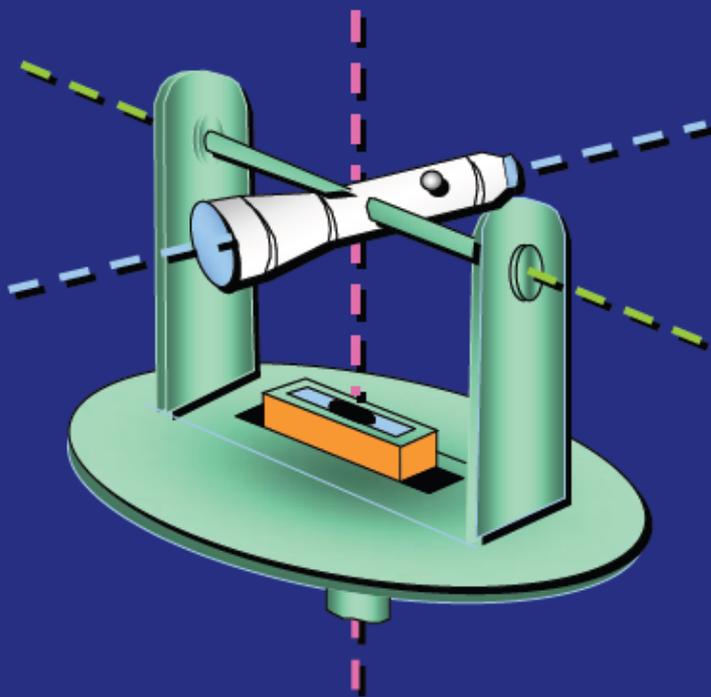
Lo schema di misura esaminato
vale in **condizioni di rettifica**

**Condizioni di rettifica
strumentali**

L'asse del perno dell'alidada
deve coincidere con
l'asse del collare
(bronzina che ospita il perno)
asse primario



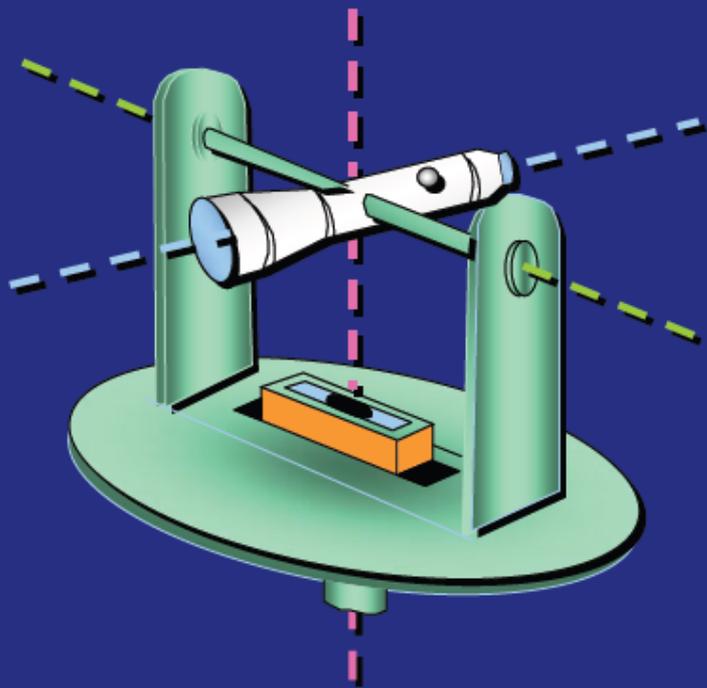
Condizioni di rettifica strumentali



L' **asse secondario**, intorno al quale ruota il cannocchiale deve essere ortogonale all' **asse primario**

L'asse di collimazione del cannocchiale (asse terziario) deve a sua volta essere ortogonale all' **asse secondario**

Condizioni di rettifica strumentali



**I tre assi strumentali
devono intersecarsi
in uno stesso punto
che viene definito
centro dello strumento**

Condizioni di rettifica strumentali

Il centro della graduazione del cerchio orizzontale deve coincidere con la traccia dell'asse primario sul piano che contiene il cerchio stesso

Il centro della graduazione del cerchio verticale deve coincidere con la traccia dell'asse secondario sul suo piano

Condizioni di rettifica strumentali

Quando il cannocchiale è disposto con l'asse di collimazione coincidente con l'asse primario, si deve leggere zero al cerchio verticale

Topografia

Il teodolite

**Le condizioni di rettifica
che abbiamo elencato
non si verificano mai**

Topografia

Il teodolite



**Adottando
opportune metodologie
potremo ugualmente utilizzare
gli schemi visti
rendendo accidentali
gli effetti delle srettifiche**

Topografia

Il teodolite

Consideriamo gli effetti che hanno le diverse srettifiche sulle misure di

Angoli azimutali

Angoli zenitali

Angoli azimutali

Errore di eccentricità dell'alidada

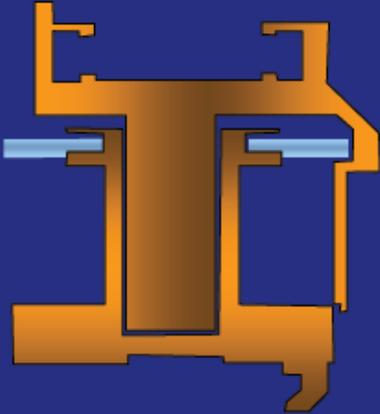
Il perno dell'alidada

deve ruotare nel collare

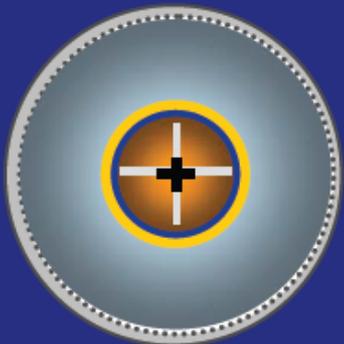
È indispensabile per questo che fra perno e collare ci sia un po' di gioco

Topografia

Il teodolite



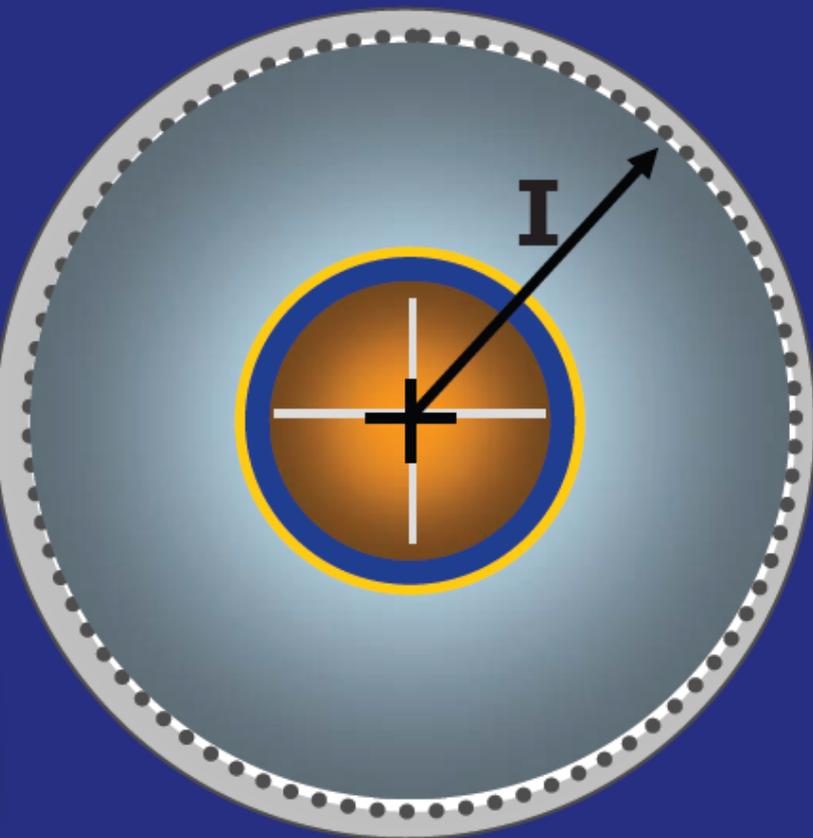
Nel momento in cui viene eseguita la lettura il perno dovrebbe avere il centro coincidente con il centro della bronzina



(per la legge di indipendenza dei piccoli errori assumo il centro della bronzina coincidente con il centro della graduazione)

Topografia

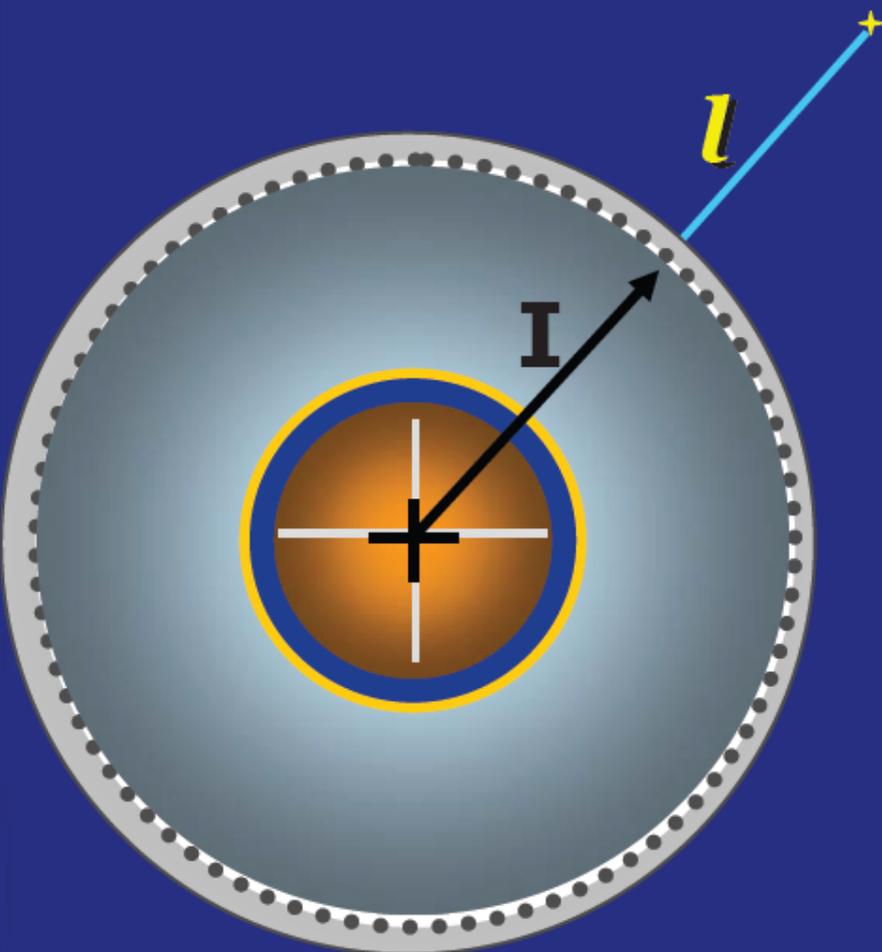
Il teodolite



Schematizziamo
con la **freccia I**
l'indice di lettura
che è solidale con
l'alidada e quindi
con il suo perno

Topografia

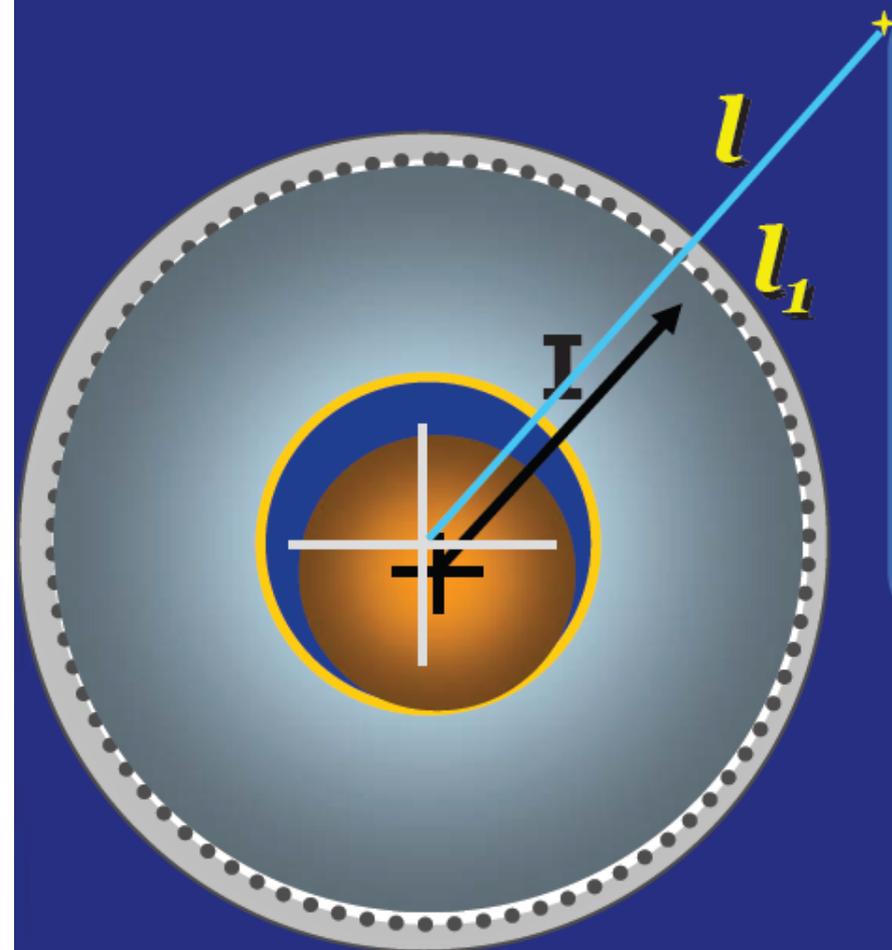
Il teodolite



In condizioni di rettifica si farebbe quindi la lettura l

Topografia

Il teodolite

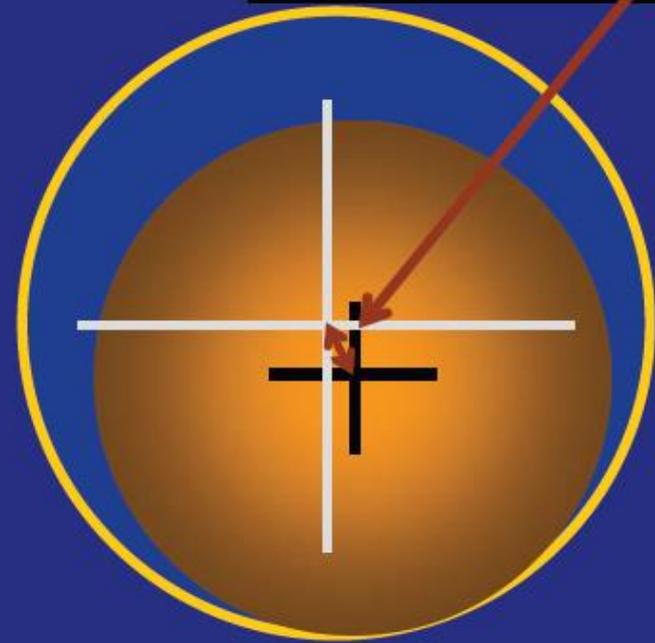
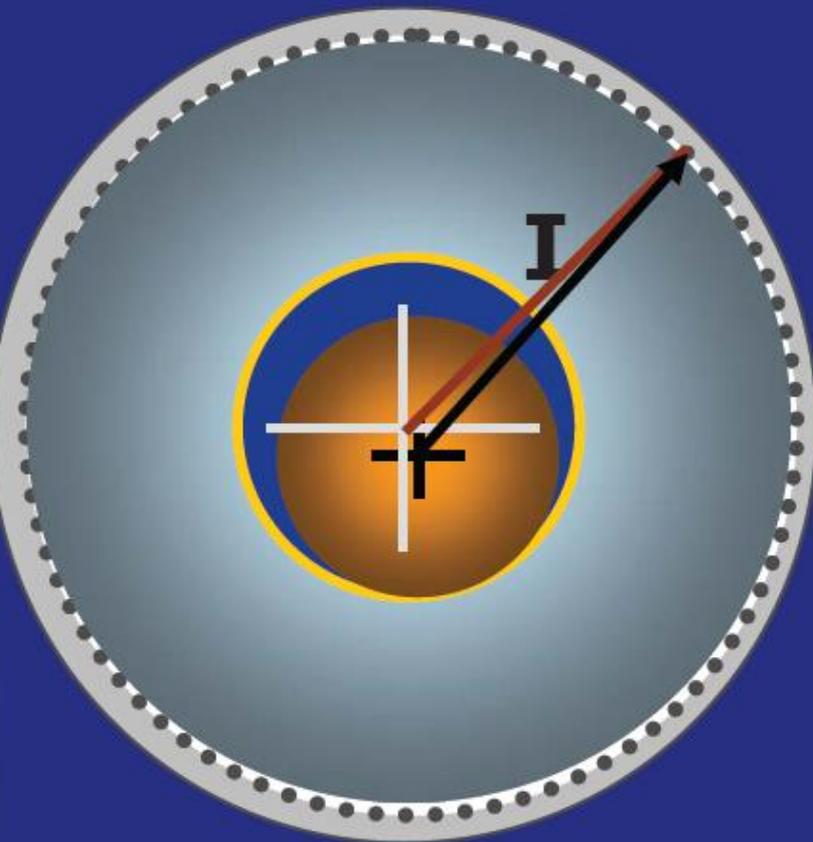


Se a causa del gioco tra perno e bronzina il perno si sposta come in figura all'indice di lettura si legge l_1

Topografia

Il teodolite

**anche con meccaniche
di alta precisione**

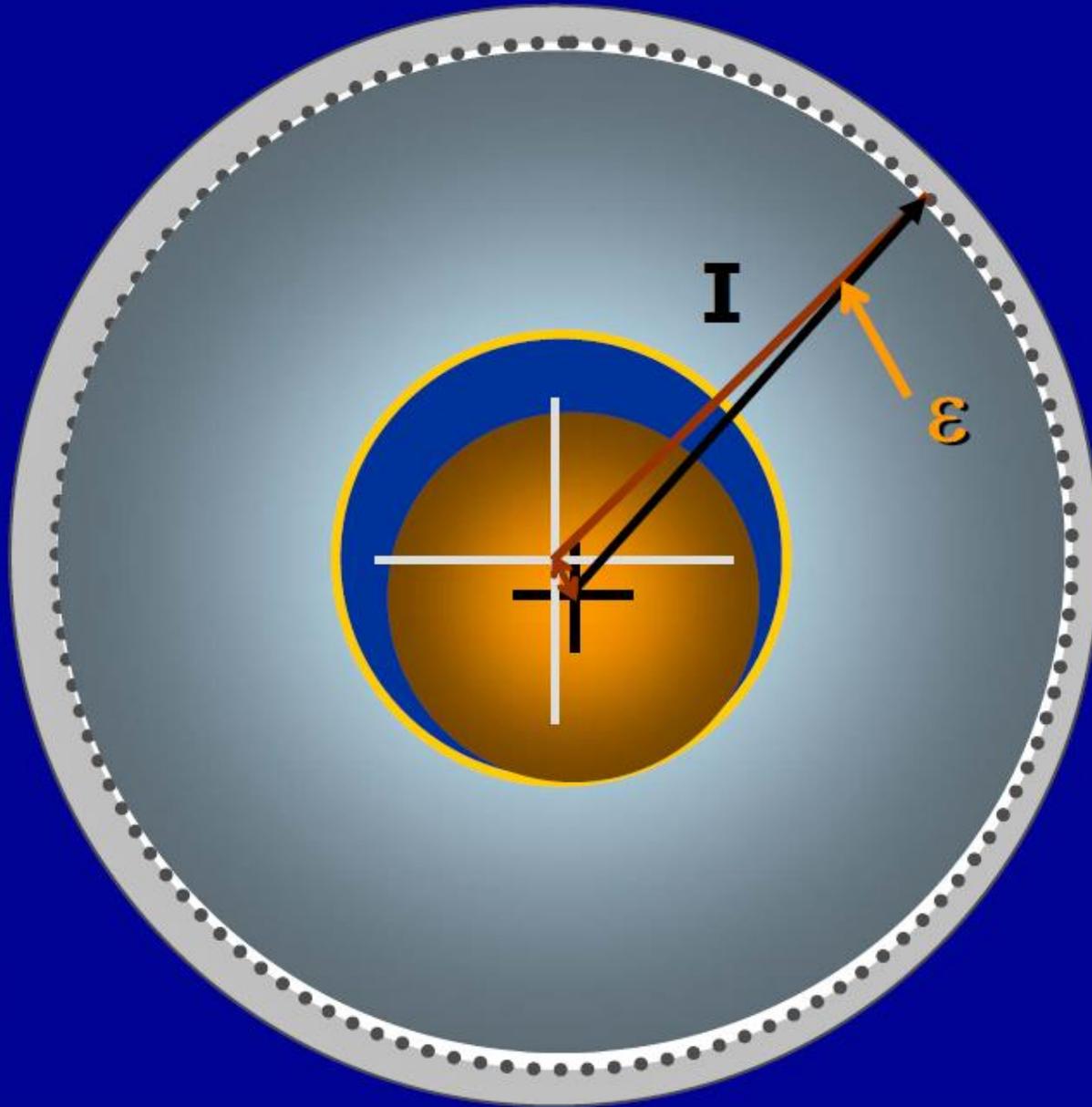


e = qualche μm

Topografia

Il teodolite

Valutiamo ε



Topografia

Il teodolite

Valutiamo ε

$$\varepsilon = \frac{\text{eccentricità}}{\text{raggio}}$$

il raggio del cerchio graduato è di 5 cm (50.000 μm)
l'eccentricità è di 1 μm

$$\varepsilon = \frac{1}{50.000} \times 200.000 = 4''$$

conversione rad/secondi

Teodoliti di precisione

e.q.m. = $\pm 1''$

**Tacheometri
teodoliti da cantiere**

e.q.m. = $\pm 20''$

Topografia

Il teodolite

Nei teodoliti, da cui ci si aspetta un

$$\text{e.q.m.} = \pm 1''$$

È impossibile

trascurare ε

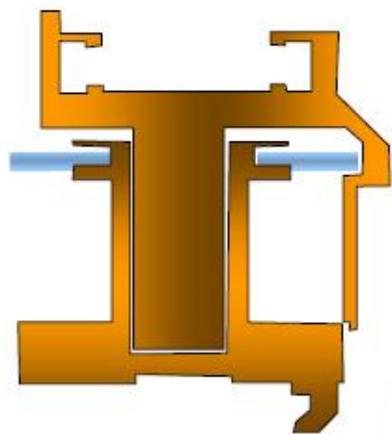
Che fare



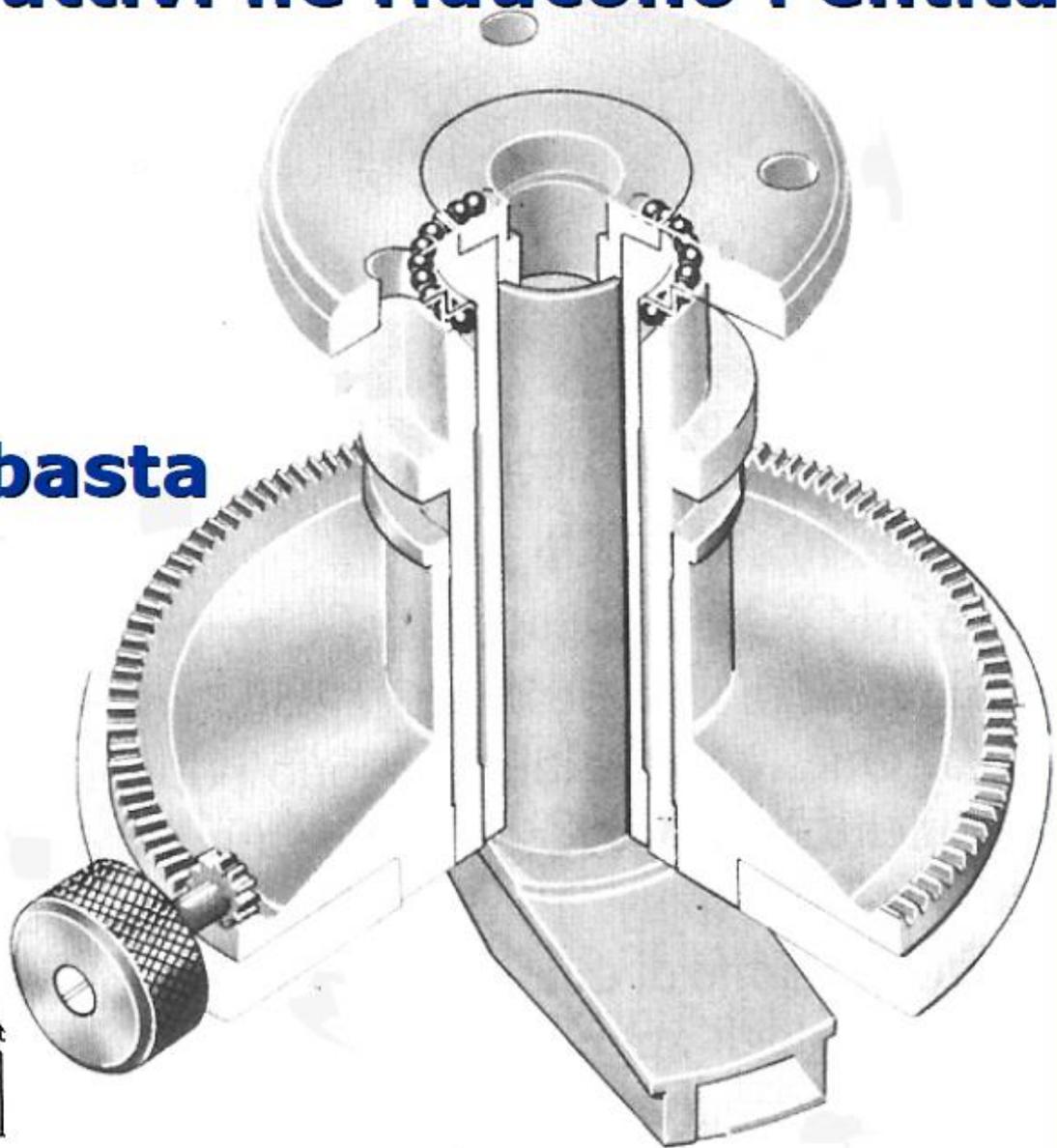
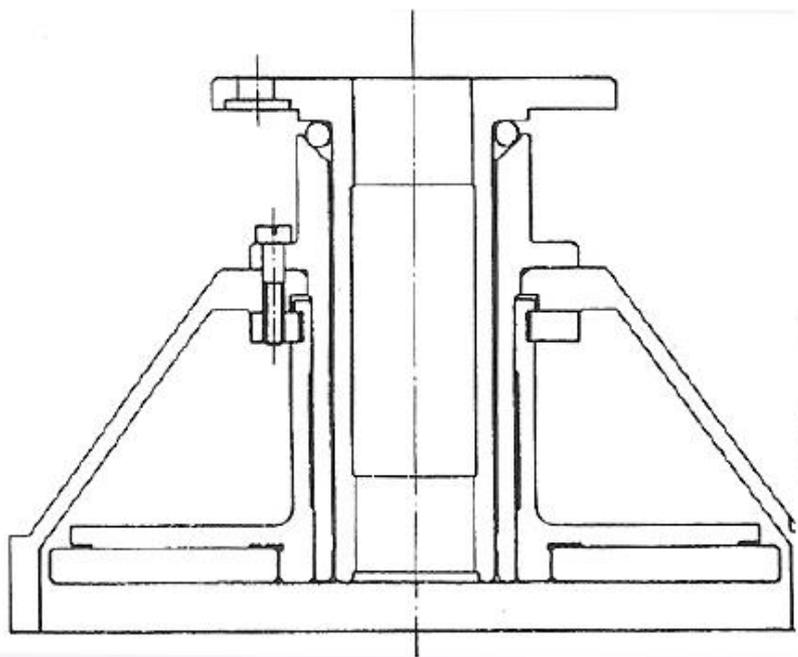
Topografia

Il teodolite

Accorgimenti costruttivi ne riducono l'entità



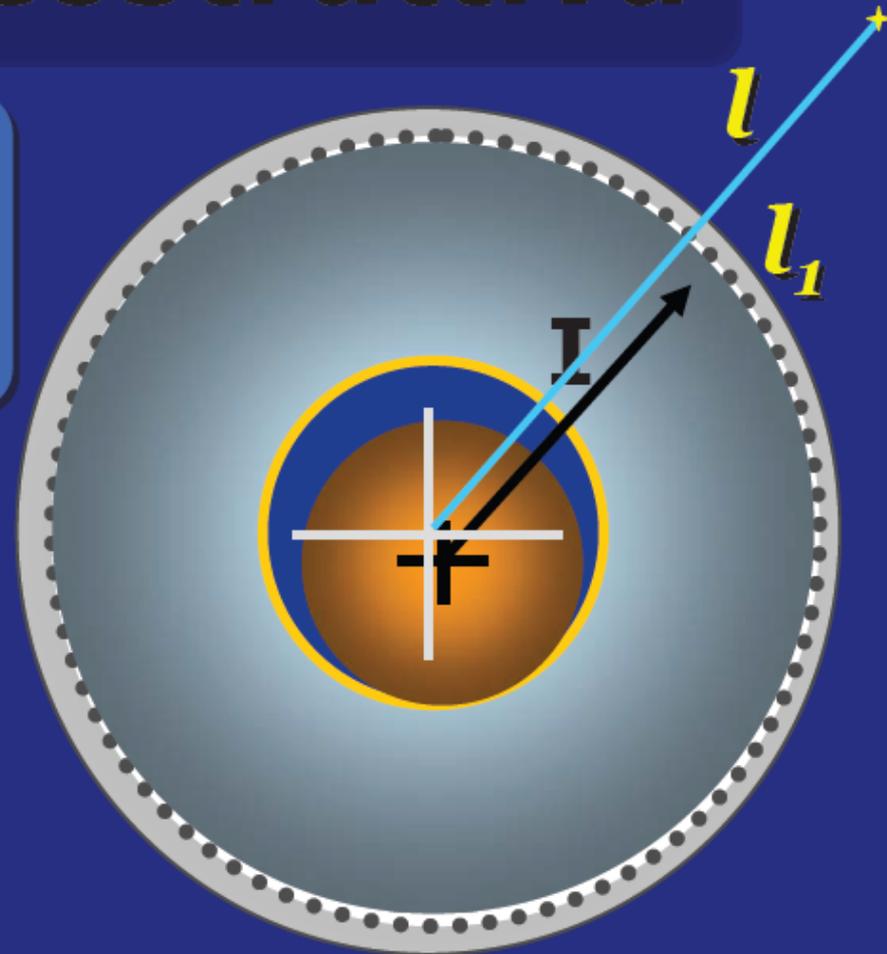
Ma non basta



Metodologia costruttiva

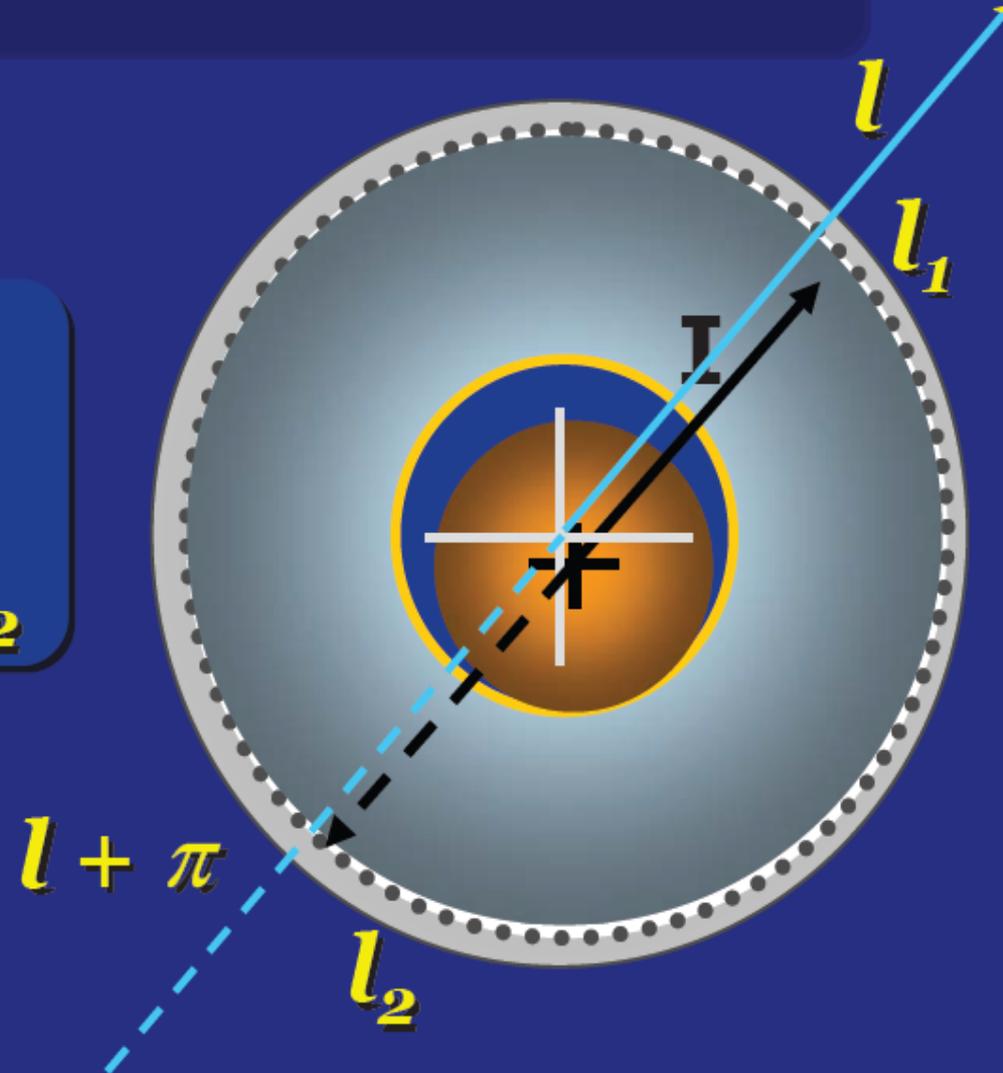
Per effetto
dell'eccentricità invece
di leggere l leggo l_1

Cosa succede al punto
diametralmente
opposto ?



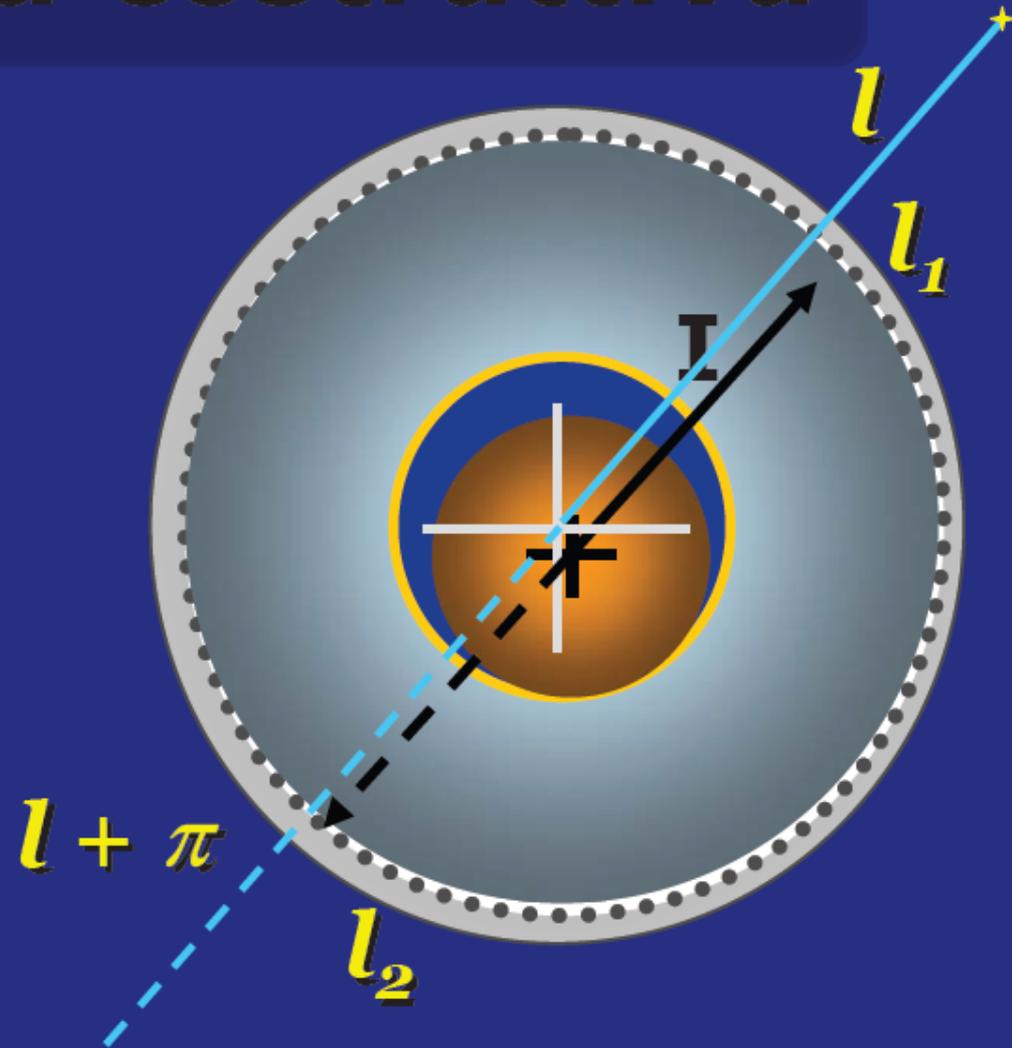
Metodologia costruttiva

A un punto
diametralmente
opposto invece di
 $l + \pi$ si leggerebbe l_2



Metodologia costruttiva

La media di l_1 e l_2
fornisce un valore
che non risente
dell'eccentricità
dell'alidada



Metodologia operativa di Bessel

L'influenza degli errori causati da

non ortogonalità

fra asse primario
e asse secondario

fra asse secondario
e asse ottico

Metodologia operativa di Bessel

L'influenza degli errori causati da

non coincidenza

centro cerchio
orizzontale e traccia
asse primario

centro cerchio
verticale e traccia
asse secondario

Metodologia operativa di Bessel

Si elimina con una prassi operativa

Si collima il punto

Il cerchio verticale dello strumento è sulla destra rispetto al cannocchiale

Si esegue la lettura simultanea ai 2 indici opposti $>$ media $>$ L_{destra}

Metodologia operativa di Bessel

Si elimina con una prassi operativa

Si ruota l'alidada di π

Il cerchio verticale dello strumento è sulla sinistra

Si esegue la lettura simultanea ai 2 indici opposti $> \text{media} > L_{\text{sinistra}}$

Metodologia operativa di Bessel

**Sulla media fra L_{destra} e L_{sinistra}
non influiscono
le srettifiche sopra elencate**

Esempi numerici:

$$l^{C.S.} = 103,3520^g$$

$$l^{C.D.} = 303,3530^g$$

1)

$$l_m = \frac{l^{C.S.} + (l^{C.D.} \pm 200^g)}{2} = \frac{103,3520^g + (303,3530^g - 200^g)}{2} =$$
$$= \frac{103,3520^g + 103,3530^g}{2} = 103,3525^g$$

$$l^{C.S.} = 248^\circ 23'36''$$

$$l^{C.D.} = 68^\circ 23'40''$$

2)

$$l_m = \frac{l^{C.S.} + (l^{C.D.} \pm 180^\circ)}{2} = \frac{248^\circ 23'36'' + (68^\circ 23'40'' + 180^\circ)}{2} =$$
$$= \frac{248^\circ 23'36'' + 248^\circ 23'40''}{2} = 248^\circ 23'38''$$

Errore residuo di verticalità

Come si rende verticale
l'asse primario



Mediante l'uso combinato di viti
calanti e livelle toriche ($10''/2$ mm)

Rimane una srettifica

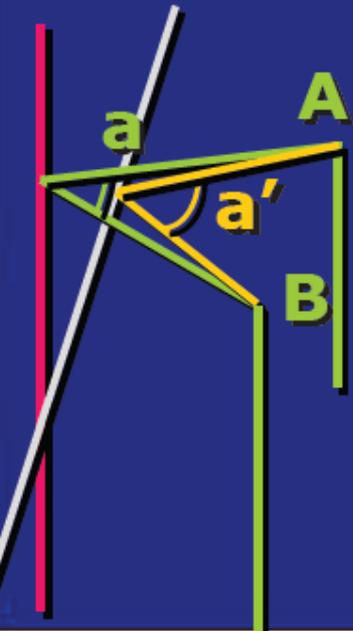
► l'errore residuo di verticalità

Errore residuo di verticalità

Purtroppo non c'è modo di eliminare l'errore residuo di verticalità con letture coniugate perché la rotazione avviene intorno all'asse deviato

Bisogna rendere accidentale l'influenza dell'errore di verticalità

Come ?



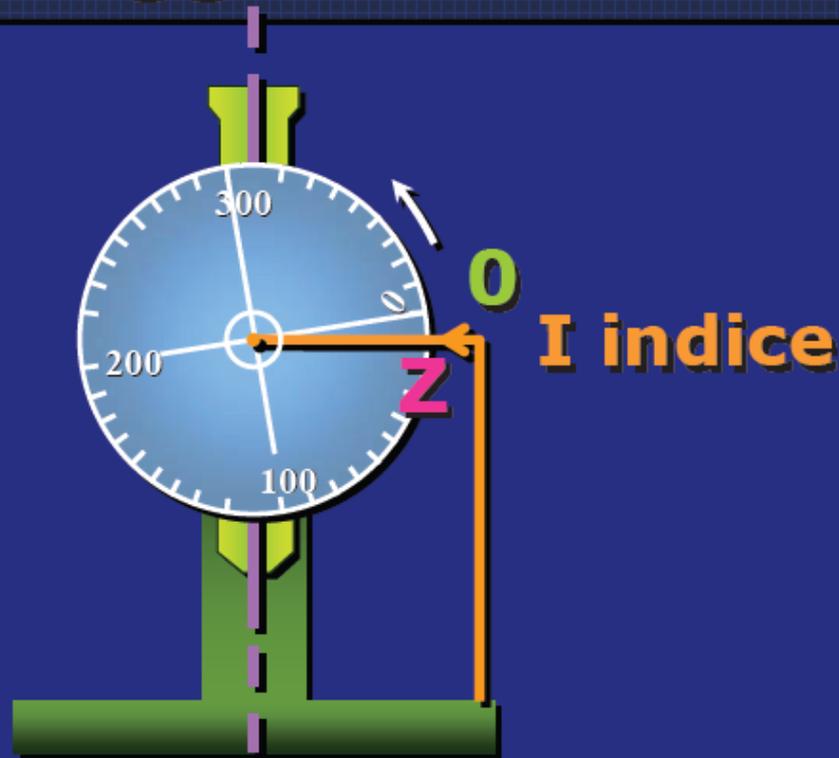
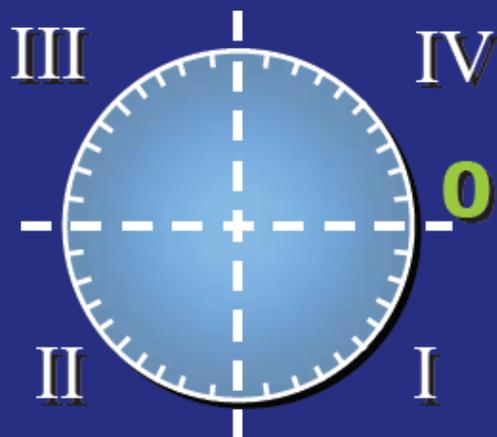
2

Quando si posiziona il cannocchiale verticale si deve leggere 0

In un'ipotetica condizione di verticalità del cannocchiale invece di 0 si presenta all'indice, un valore diverso:

lo zenit strumentale

2 Quando si posiziona il cannocchiale verticale si deve leggere 0

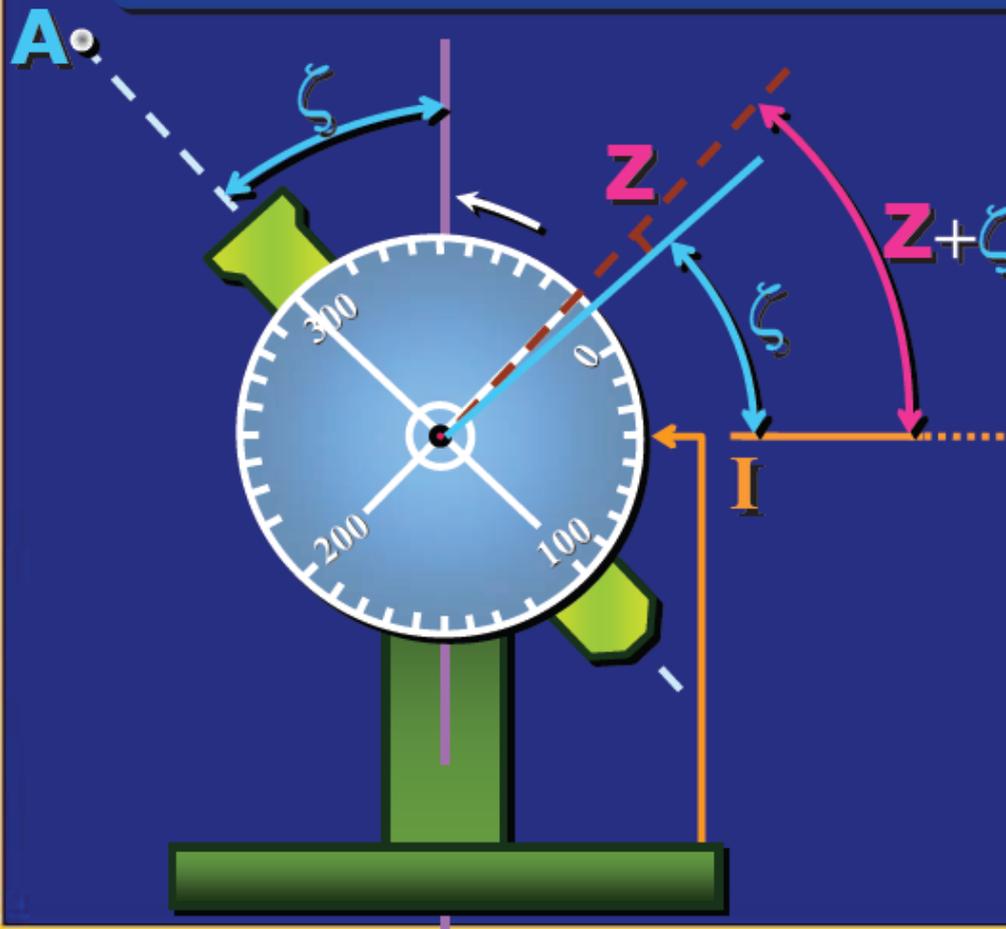


Il cannocchiale
è verticale

L'indice **I** invece di segnare **0**,
segna un valore **Z**

Ruoto il cannocchiale per collimare A

La rotazione che impongo è ζ

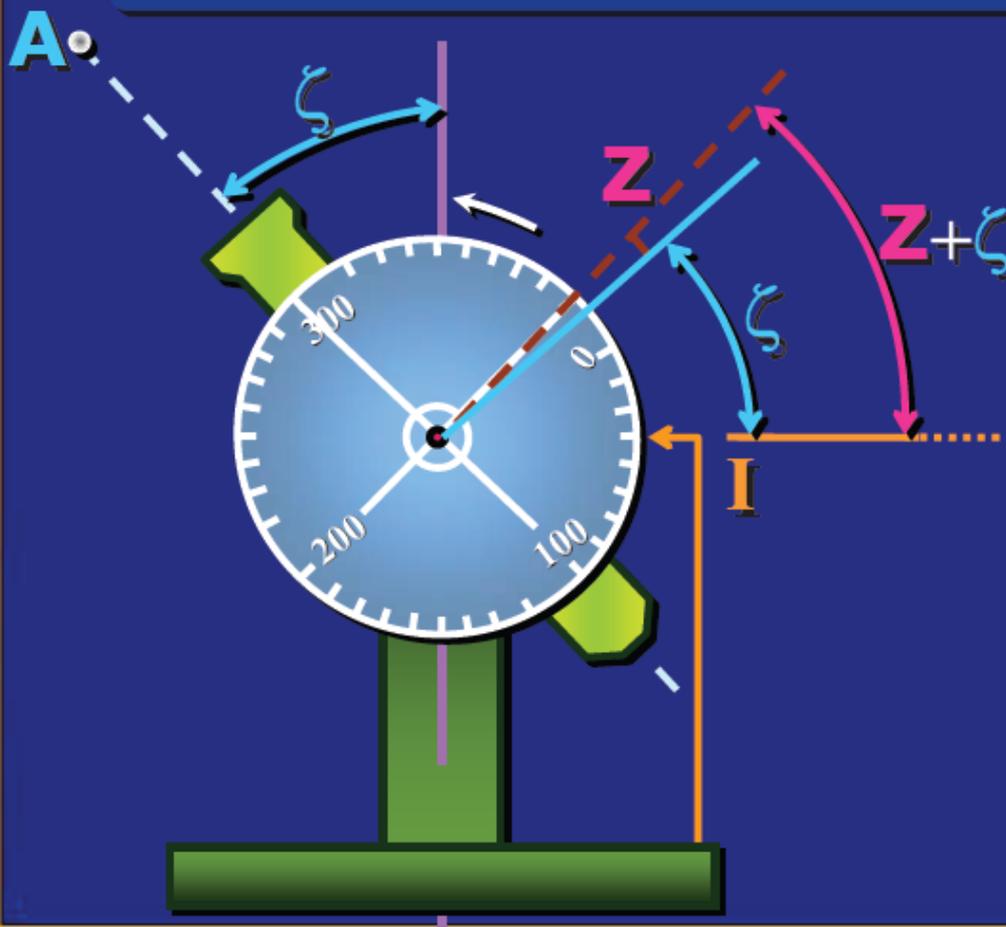


Il cerchio graduato ruota, solidale con il cannocchiale

In corrispondenza dell'indice non ho però ζ , ma $\zeta + Z$

Ruoto il cannocchiale per collimare **A**

La rotazione che impongo è ζ



N.B.

Il cannocchiale è in secondo piano rispetto al cerchio graduato

$$S = Z + \zeta$$

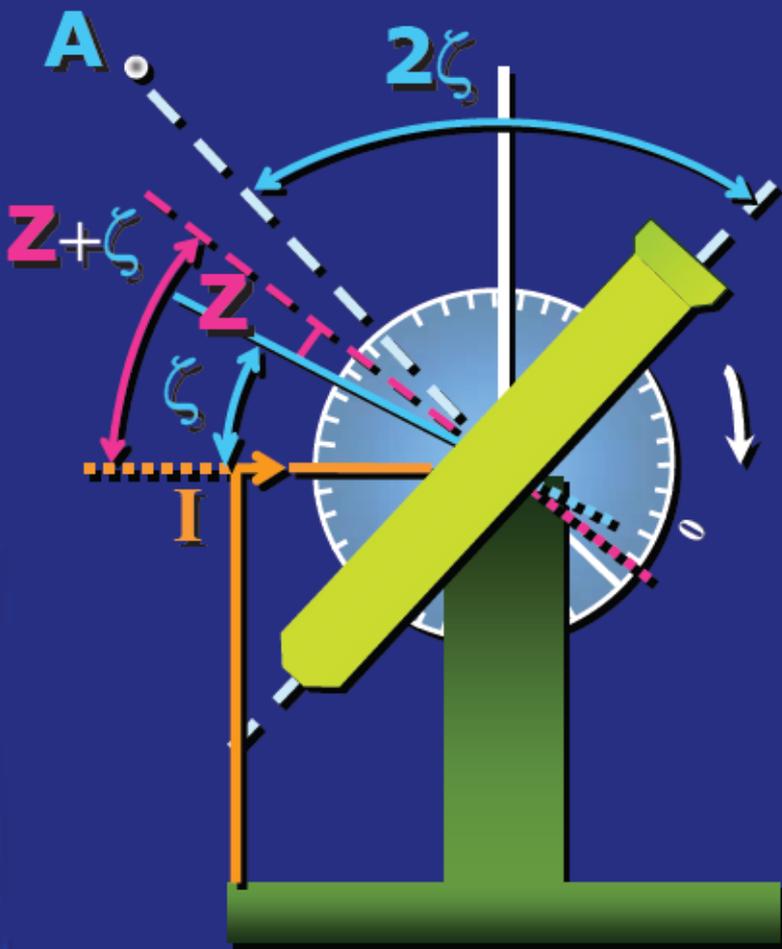
Vedo se riesco a quantificare Z con la metodologia operativa di Bessel



Ruoto l'alidada di π

**Ora il cannocchiale
è in primo piano
rispetto al
cerchio graduato**

Vedo se riesco a quantificare Z con la metodologia operativa di Bessel



L'indice segna ancora
 $(\zeta + Z)$
perché non ho mosso
il cannocchiale:
infatti non sto
collimando niente

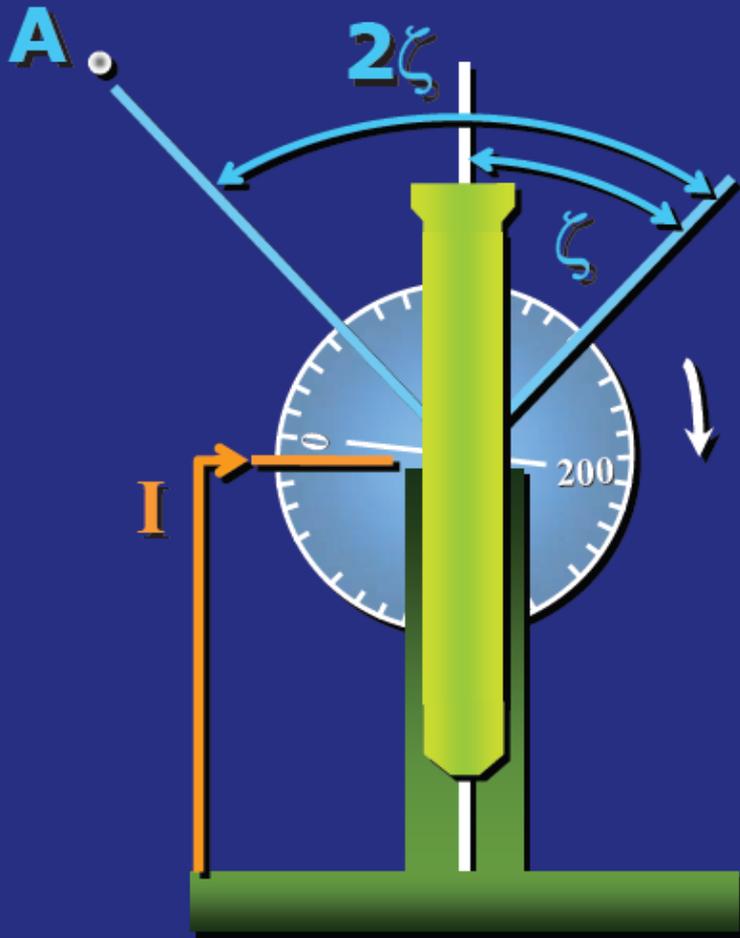
Vedo se riesco a quantificare Z con la metodologia operativa di Bessel



Per collimare il punto A devo ruotare il cannocchiale di un angolo 2ζ

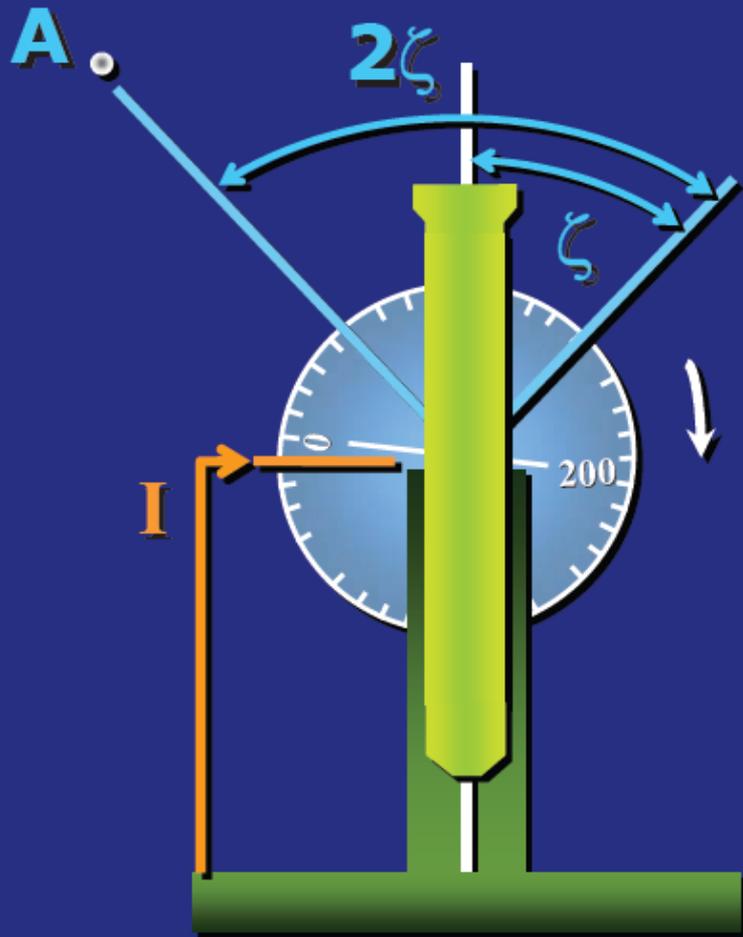
Suppongo di dare questa rotazione in due momenti

Mi porto con il cannocchiale verticale dando una prima rotazione ζ



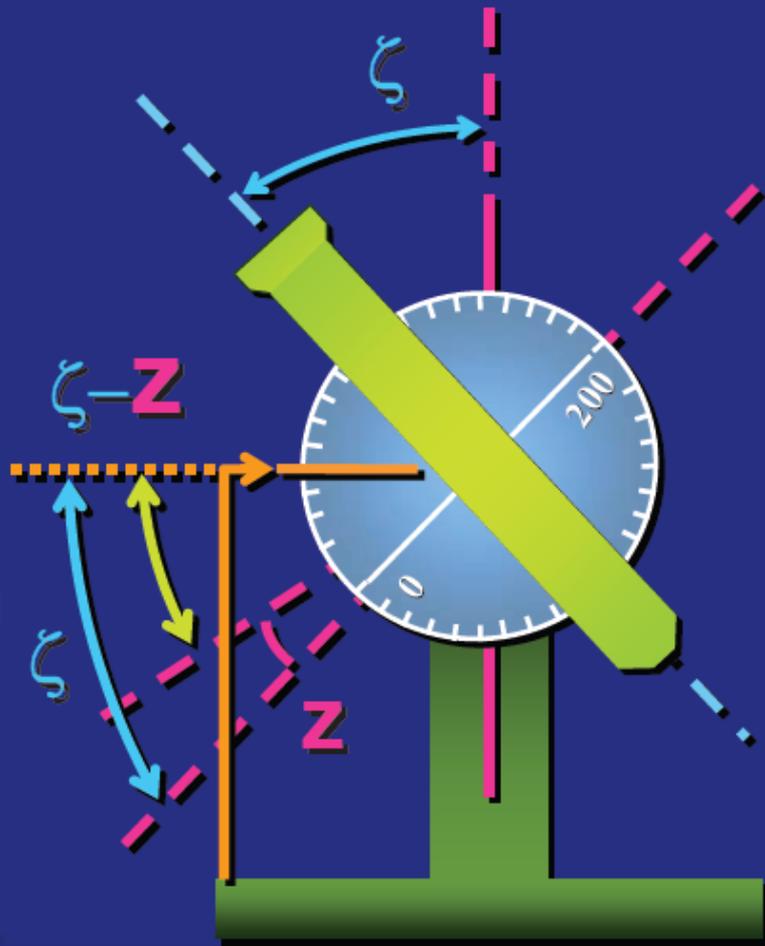
Il cerchio ruota Solidalmente al cannocchiale di fronte all'indice torna il valore **Z**

Mi porto con il cannocchiale verticale dando una prima rotazione ζ



Do un'altra rotazione ζ per collimare finalmente **A**

Il cerchio si sposta di ζ



**Sull'indice
leggo un valore
del IV quadrante
perché lo zero
è stato superato**

$$D = - (\zeta - Z)$$

Poiché la graduazione è da zero a 400

$$D = -(\zeta - Z) \quad \blacktriangleright$$

$$400 - (\zeta - Z)$$

$$D = 400 - \zeta + Z$$

$$S = \zeta + Z$$

Sottraendo posso trovare il valore di ζ esente da zenit strumentale

$$S - D = \zeta + Z - 400 + \zeta - Z$$

$$S - D = 2\zeta - 400$$

$$2\zeta = S - D + 400$$

$$\zeta = \frac{S - D + 400}{2}$$

**Sommando posso trovare
il valore dello zenit strumentale**

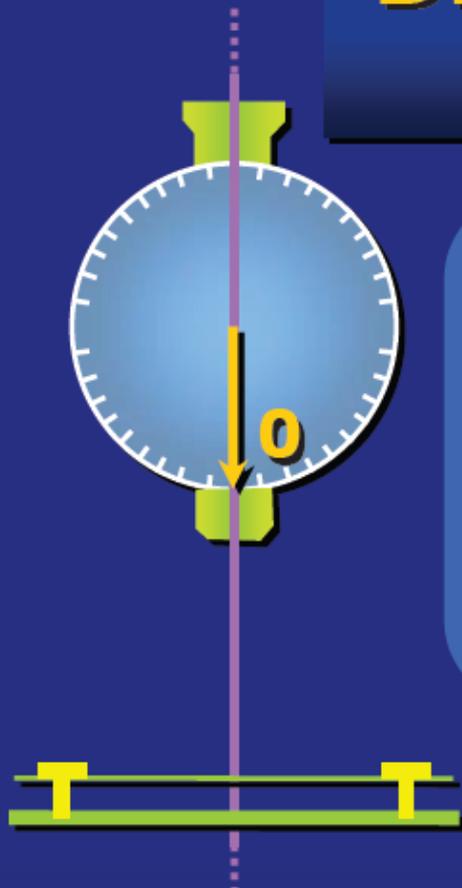
$$S + D = 400 - \zeta + Z + \zeta + Z$$

$$Z = \frac{S + D - 400}{2}$$

**Con la procedura di Bessel si elimina
l'influenza dello zenit strumentale**

Errore residuo di verticalità

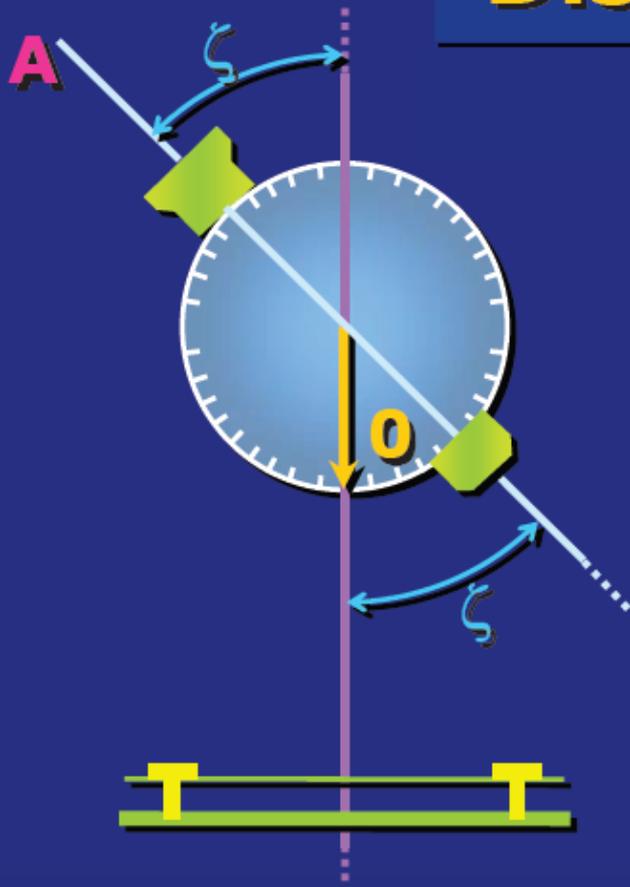
Dispositivi compensatori a pendolo



L'indice non è vincolato rigidamente all'alidada, ma è montato ad essa con un dispositivo a pendolo

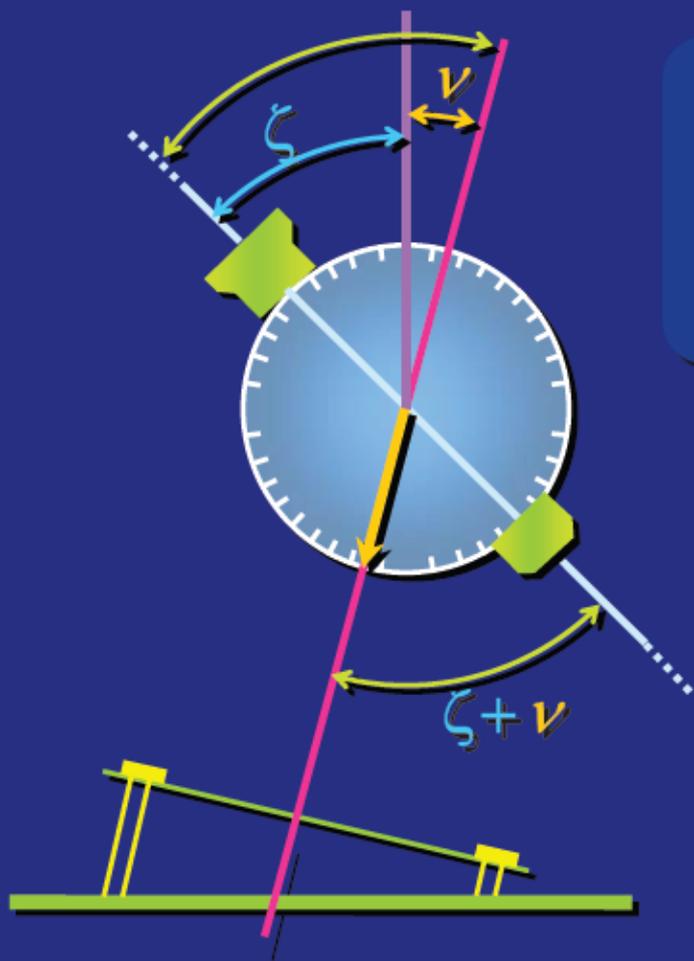
Errore residuo di verticalità

Dispositivi compensatori



In assenza di errore di verticalità all'indice si legge il valore ζ

Errore residuo di verticalità

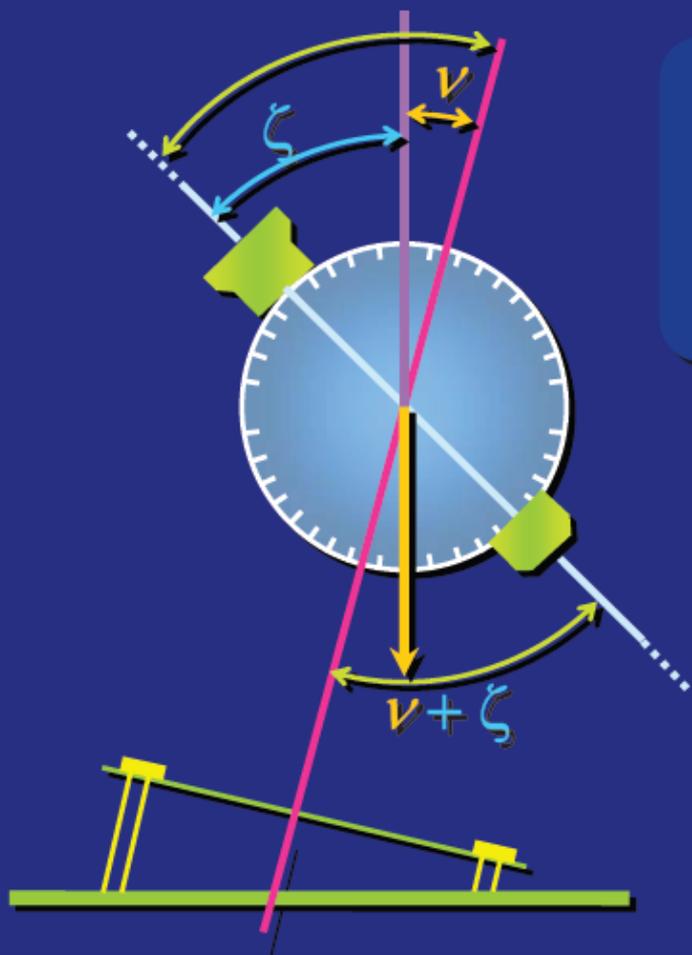


Supponiamo di essere
in presenza di un forte
errore di verticalità

Un indice solidale con
l'alidada indicherebbe

$$\zeta + v$$

Errore residuo di verticalità



**Supponiamo di essere
in presenza di un forte
errore di verticalità**

**La lettura con indice
a pendolo è esente
da questo errore**