*Università degli Studi di Napoli "Parthenope"*
*Dipartimento di Scienze e Tecnologie*

*Corso di Topografia e Idrografia*

*Lezione 1*

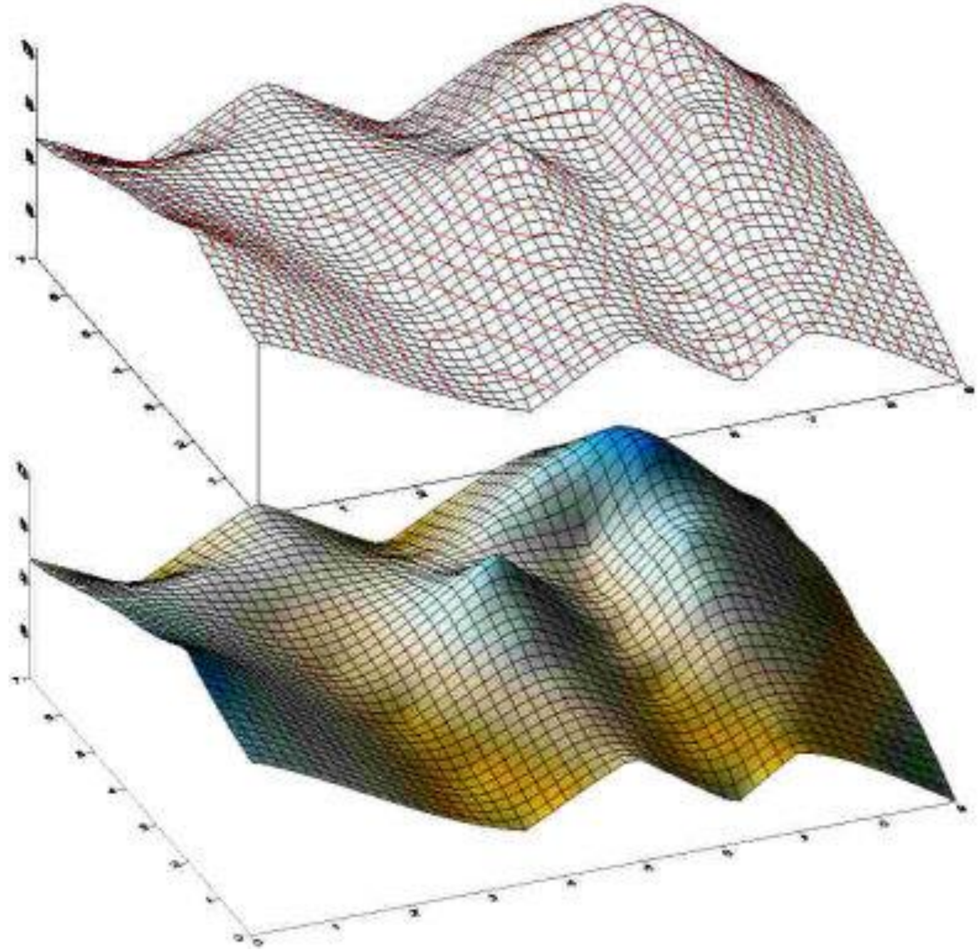
# Introduzione al Corso
# Alcuni richiami di Geodesia

*Claudio Parente*

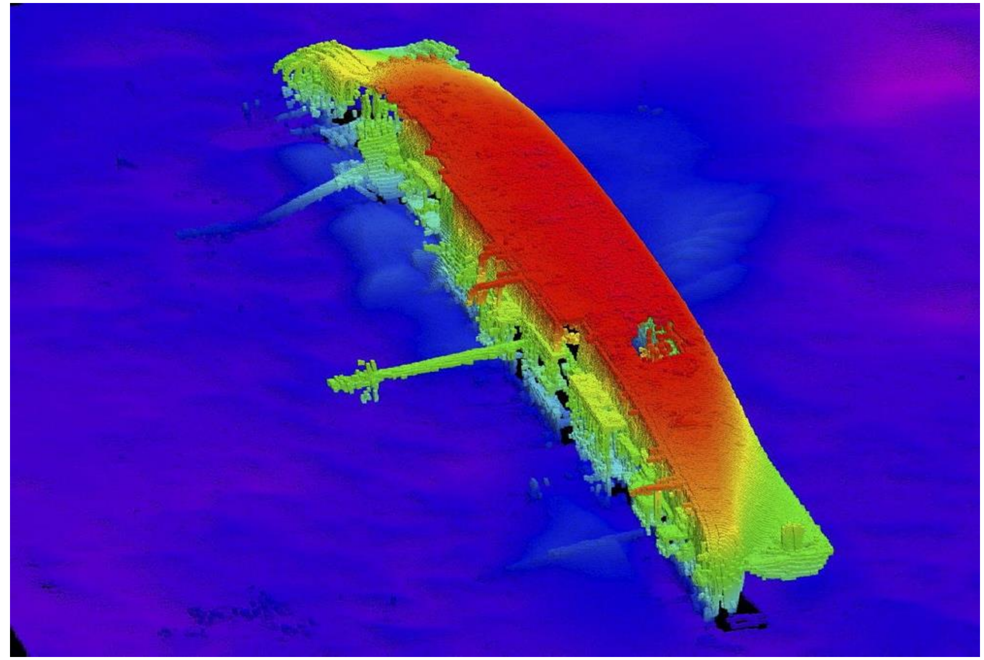
- La **topografia** (dal greco *topos*, luogo e *graphein*, scrivere) è la scienza che studia gli strumenti ed i metodi operativi, sia di calcolo sia di disegno, che sono necessari per ottenere una rappresentazione grafica, più o meno particolareggiata, di una parte della superficie terrestre.
- La topografia ha carattere applicativo e trae la sua base teorica dalle scienze pure: la matematica, la geometria e la fisica

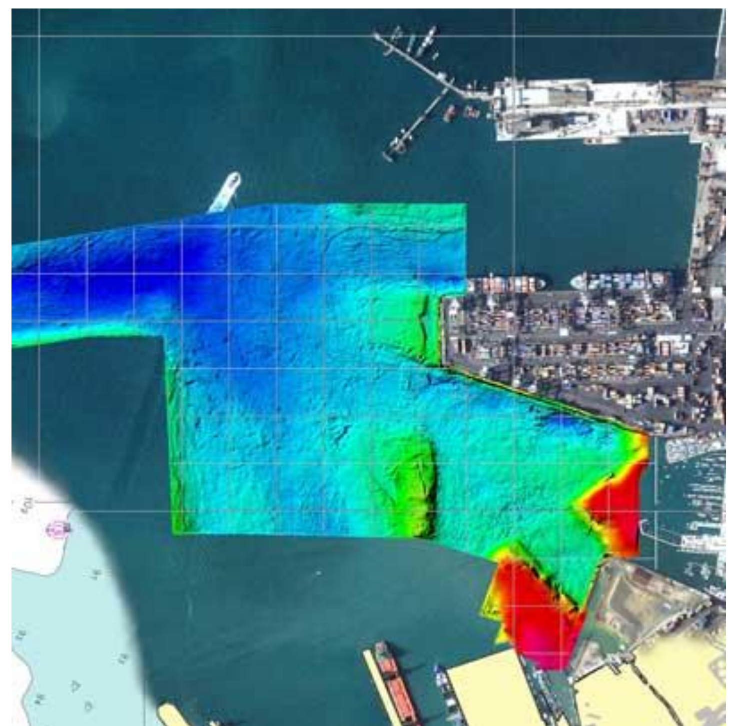

SANCHEZAGURRE


TOPCON



- L'**idrografia** (dalle parole di origine greca *idro*, prefisso indicante l'acqua, e *grafia*, *scrivere*) è una branca delle scienze applicate che si occupa di misurare e descrivere le caratteristiche morfologiche dei mari e delle aree costiere, nonché la distribuzione delle acque sulla superficie terrestre (sia continentali che marine). L'idrografia di un territorio viene in genere esaminata insieme alla sua orografia, ovvero alle caratteristiche ed alla distribuzione dei rilievi eventualmente presenti





# Programma del corso

- **Forma della terra:** Introduzione al posizionamento: sistemi di riferimento cartesiani nel piano e nello spazio; coordinate rettangolari e polari; campo gravitazionale terrestre; geoide, sferoide ed ellissoide; orientamento dell’ellissoide; quote ortometriche ed ellissoidiche; campo geodetico e campo topografico; trasformazione tra sistemi di riferimento; reti geodetiche di inquadramento.

- **Affidabilità ed errori attesi nelle misure:** Variabili casuali; distribuzioni di probabilità; precisione e accuratezza; varianza covarianza e correlazione; propagazione della covarianza; intervalli di confidenza ed ellisse d'errore; compensazione delle misure; stime di media e varianza; criterio dei minimi quadrati.

- **Strumenti e metodi del rilievo topografico:** Misura di angoli azimutali e zenitali: teodolite; misura di distanze: distanziometro ad onde; misura di dislivelli: livello; intersezioni, triangolazione, trilaterazione, poligonali; livellazione trigonometrica e geometrica; compensazione di una rete; posizionamento e navigazione tramite sistemi satellitari; GNSS; WGS84; DGPS; reti e stazioni GPS permanenti; stazioni totali e stazioni integrate per il rilievo; celerimensura.

- **Idrografia:** Misure di profondità; sistemi di riferimento; ecoscandaglio; sonar; multibeam; modelli batimetrici: metodi geostatitistici per l’interpolazione dei dati di profondità e la rappresentazione 3d dei fondali marini.

# La modellazione tridimensionale della Terra

In relazione all’effettiva forma della terra (un solido molto simile ad una sfera leggermente schiacciata in corrispondenza dei poli), i due modelli più consoni a tale scopo sono:

- la sfera;
- l’ellissoide.

# Sfera

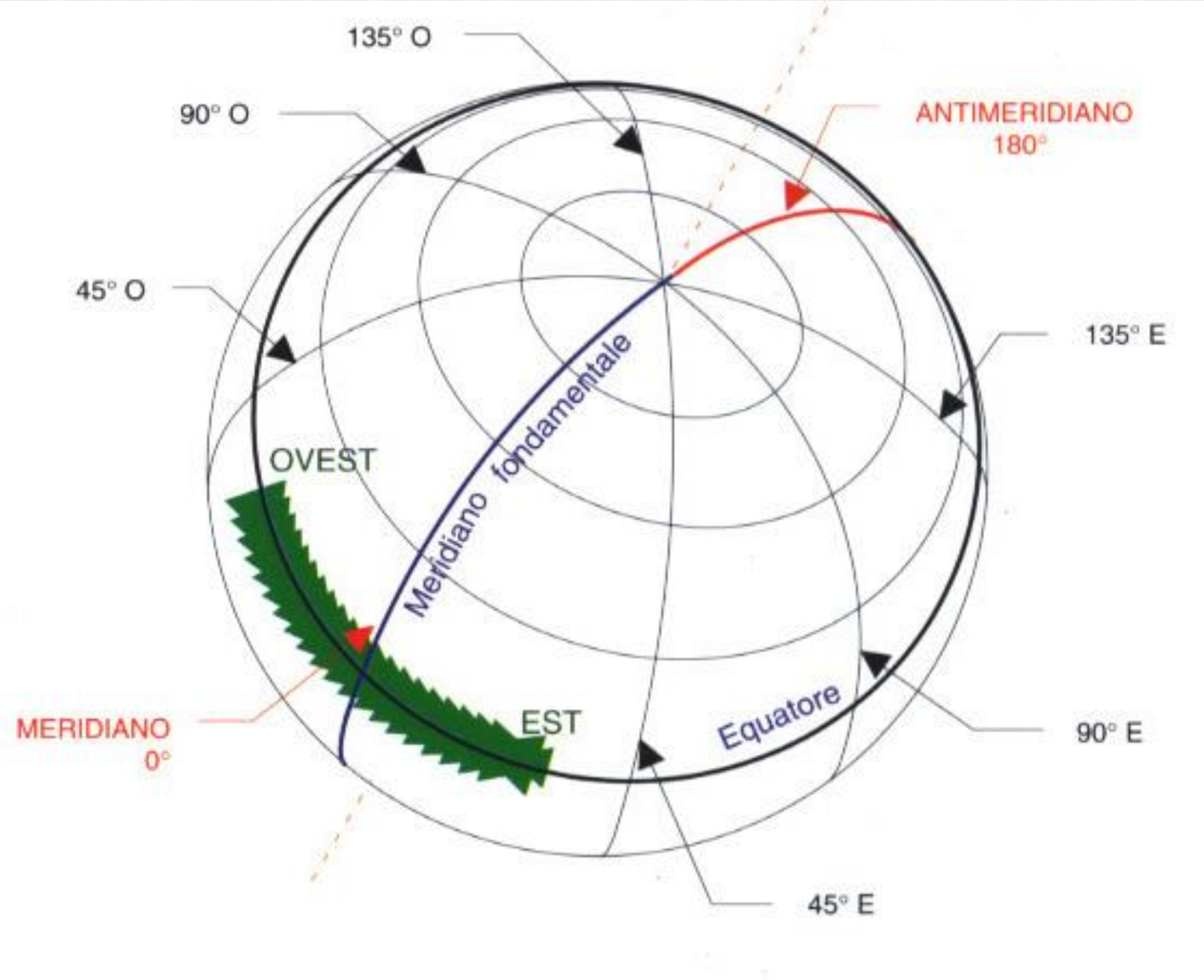
Si prenda in esame il **modello sferico**.

Il **centro della sfera** può essere scelto coincidente con il baricentro (o centro di massa) della Terra.

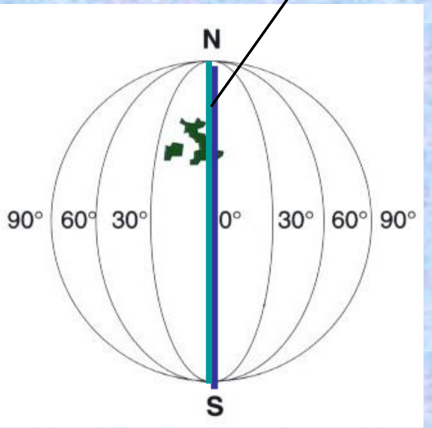
Un importante riferimento è l'asse di rotazione terrestre (che passa per il centro).

Nella terra reale la distanza che separa ciascun punto dal centro del pianeta è compresa tra 6357 km circa e 6378 km circa. Come raggio della sfera si può assumere un valore intermedio (il valore medio derivato mediando le distanze centro-superficie di tutti i punti del globo è circa 6.371 km).

# Il modello sferico



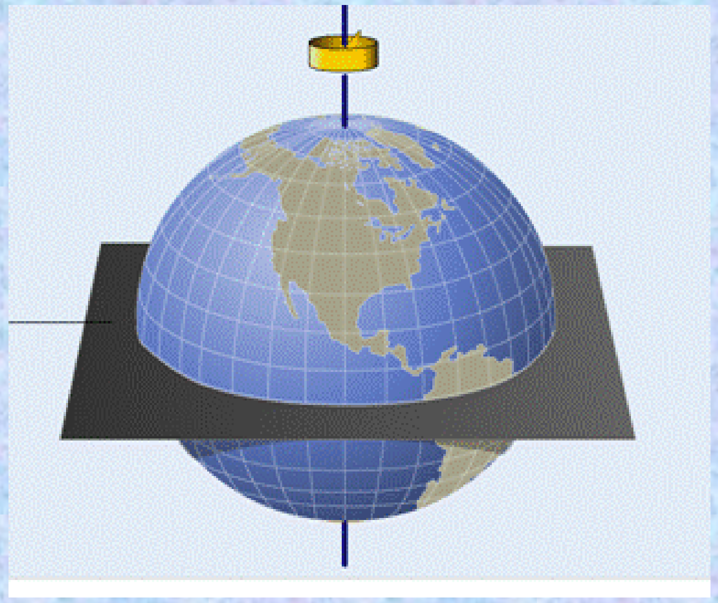

Meridiano fondamentale o meridiano zero - Osservatorio di Greenwech (1884)



# Equatore

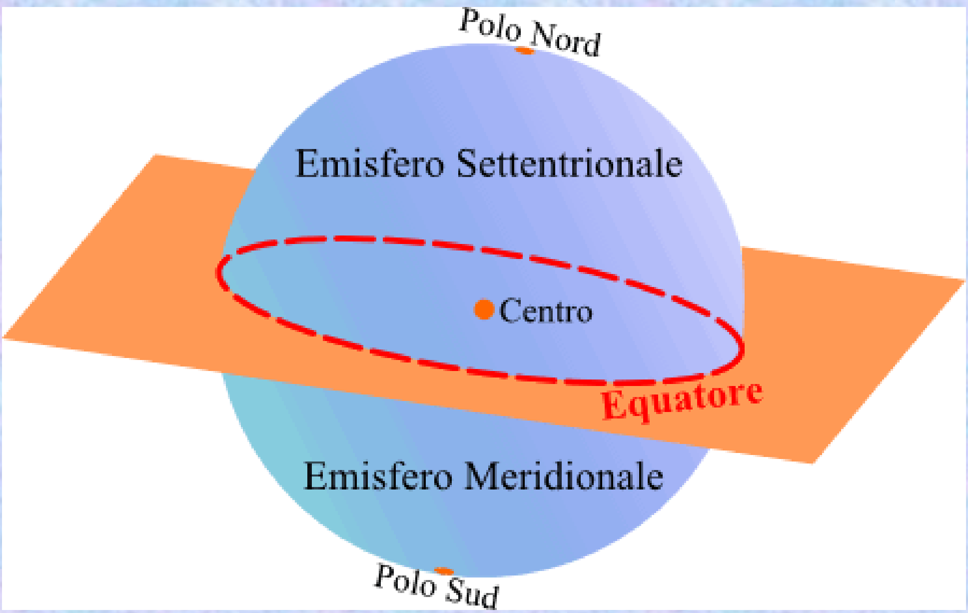
Il piano perpendicolare all’asse di rotazione terrestre e passante per il centro della sfera viene detto **piano equatoriale**. Esso interseca la sfera dando origine all’**equatore**.

L’equatore è una circonferenza massima.



# Emisferi Nord e Sud

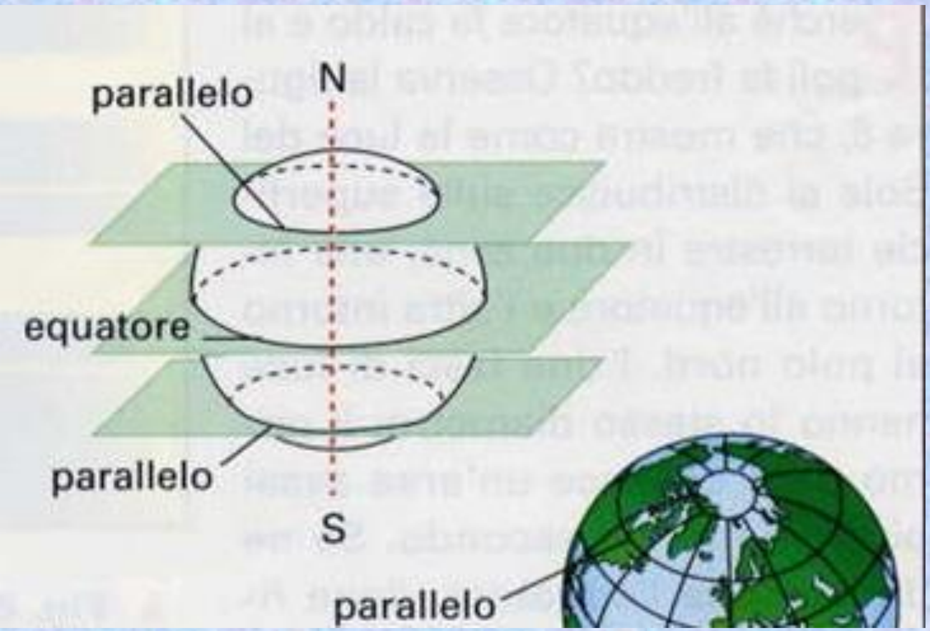
Il piano equatoriale divide la sfera terrestre in due parti: l'**emisfero australe o meridionale** (quello inferiore, ovvero a sud dell'equatore) e l'**emisfero boreale** o settentrionale (quello superiore, ovvero a nord dell'equatore).




# Paralleli

I piani perpendicolari all’asse di rotazione terrestre sono detti **piani paralleli**. Essi intersecano la sfera dando origine a circonferenze dette **paralleli**.

I centri di queste circonferenze sono sull’asse di rotazione.

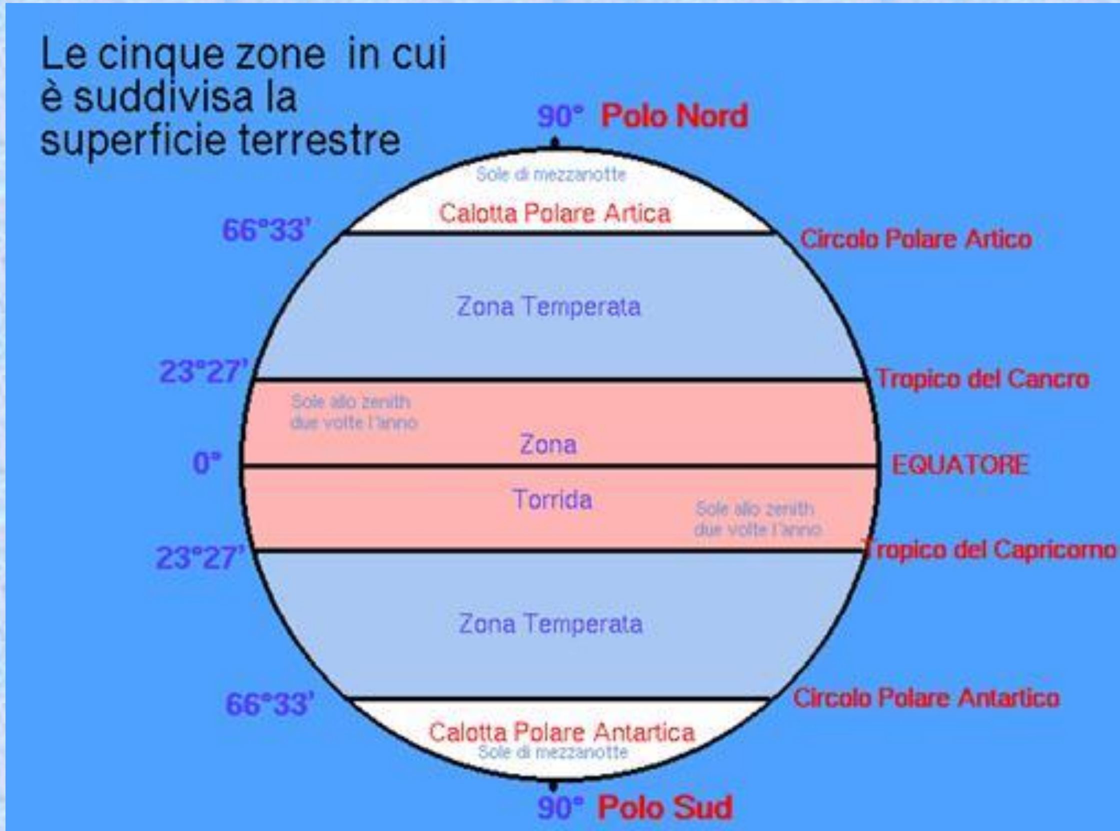



I paralleli hanno raggio variabile: il valore massimo è quello relativo al parallelo massimo (l’equatore); il valore minimo è al polo (r=0, circonferenza degenere, cioè coincide con un punto).

# Paralleli importanti

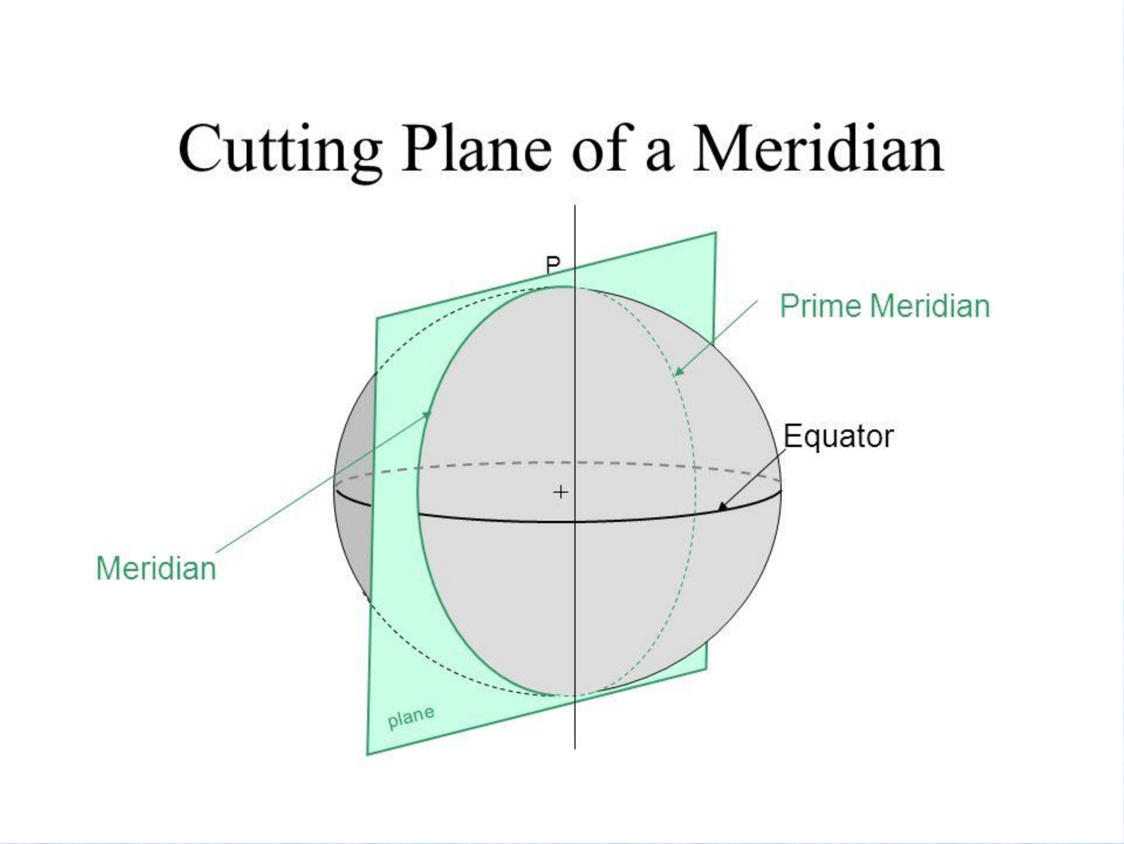
Assumono particolare importanza i seguenti paralleli che permettono anche di individuare le 5 fasce climatiche principali della Terra:

Circolo Polare artico
Tropico del Cancro
Equatore
Tropico del Capricorno
Circolo Polare Antartico



# Meridiani

I piani che contengono l'asse di rotazione terrestre sono detti piani meridiani. Essi intersecano la sfera dando origine a circonferenze massime, dette **meridiani**.

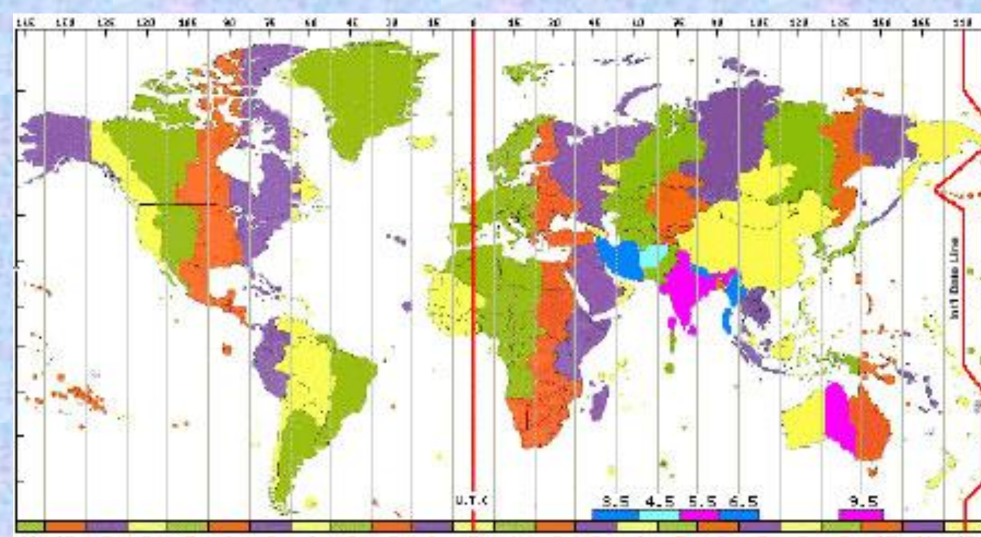



Tutti i meridiani hanno lo stesso raggio che è quello della sfera.

# Meridiano di Greenwich

Uno dei meridiani viene assunto per riferimento: solitamente è quello passante per **Greenwich *(Inghilterra)***.

Il «primo meridiano» "inciso" sul suolo dell'Osservatorio di Greenwich

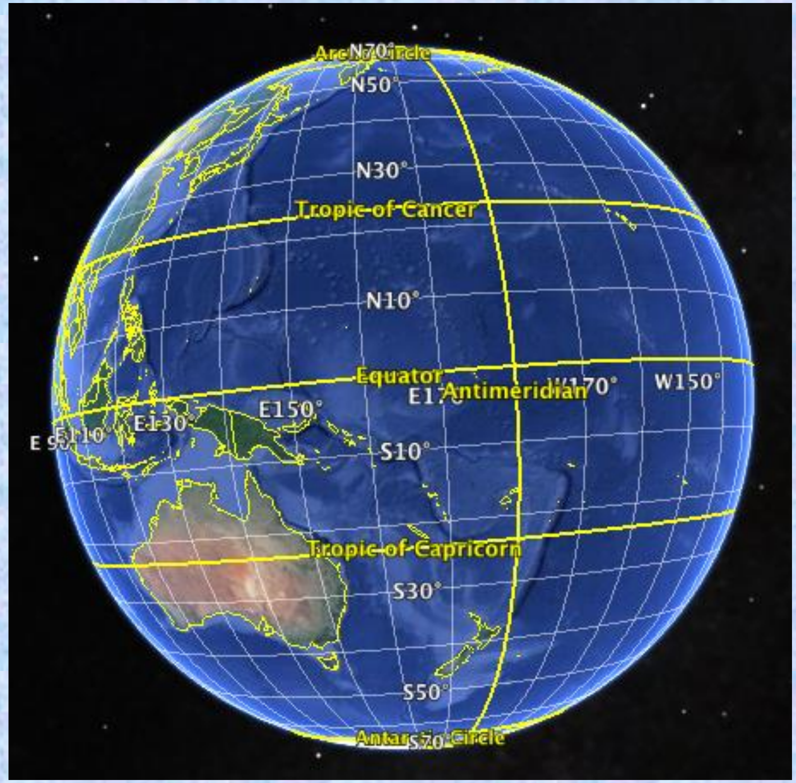


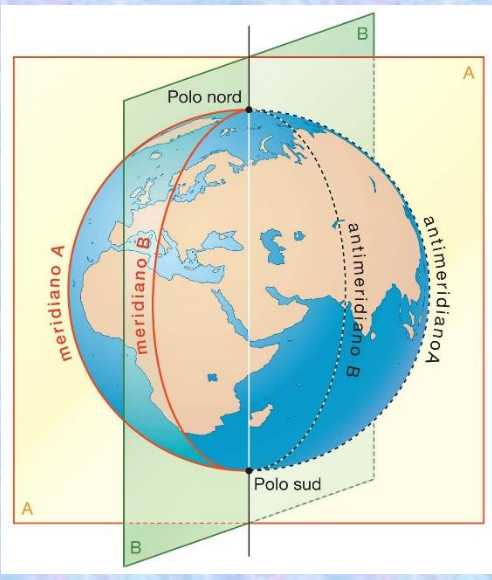
# Emisfero Ovest ed Emisfero Est

Il meridiano di Greenwich divide la Terra in due emisferi: **Emisfero Ovest** (situato ad ovest del meridiano di Greenwich) ed **Emisfero Est** (situato ad est del meridiano di Greenwich).

# Antimeridiano di Greenwich

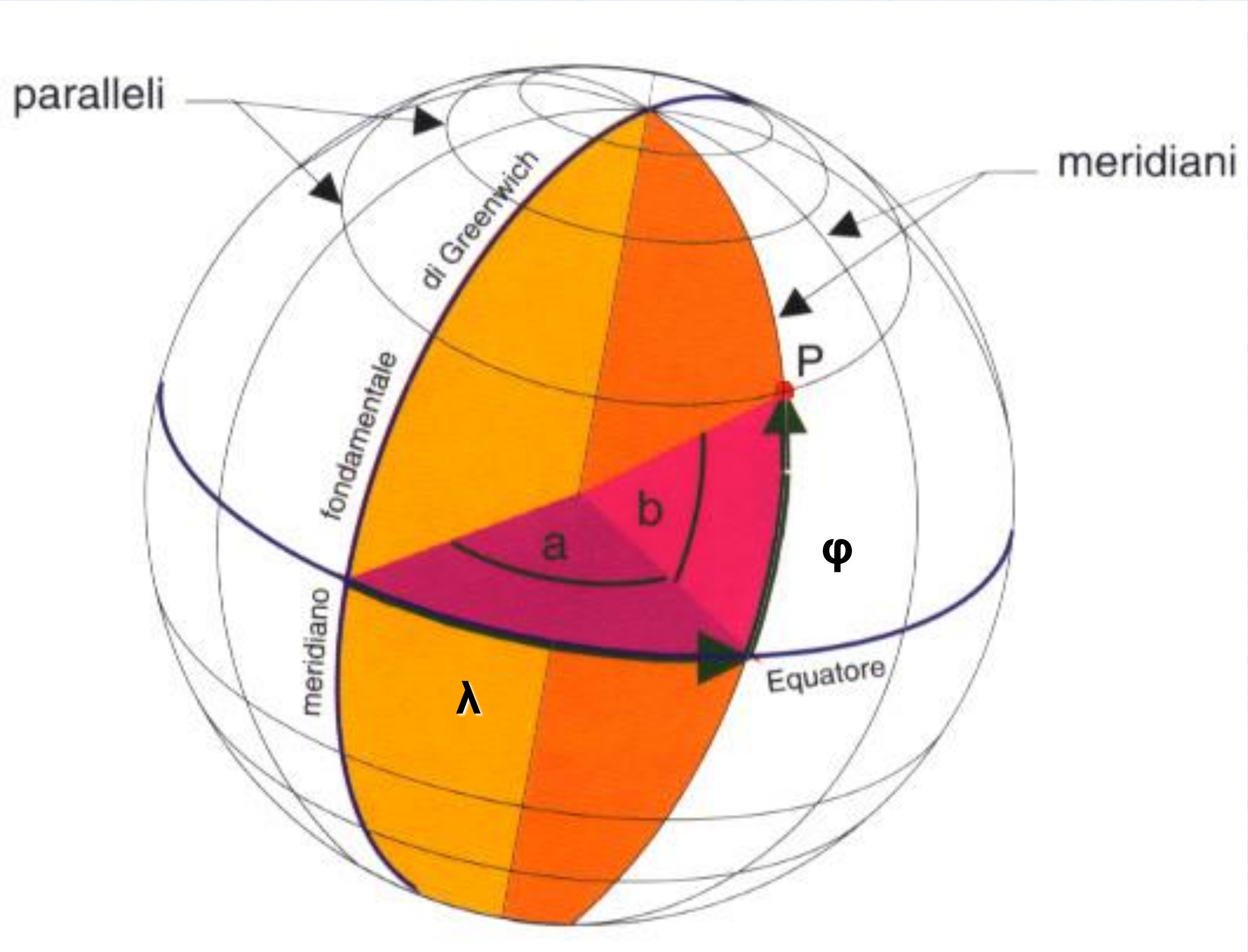
La parte del meridiano di Greenwich che va dal Polo Sud al Polo Nord passando per l'Oceano Pacifico prende il nome di antimeridiano di Greenwich




Per ogni meridiano è sempre definibile un antimeridiano

# Meridiani e paralleli




λ= angolo di longitudine per il punto P

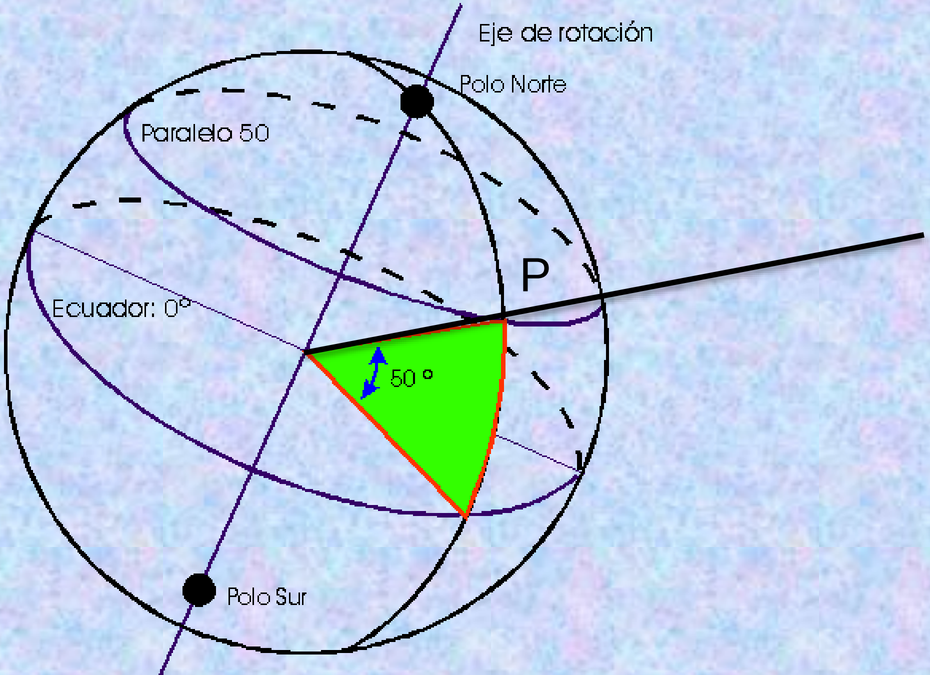
ϕ= angolo di latitudine per il punto P

# Latitudine sferica

La posizione di un punto può essere espressa mediante le coordinate **latitudine sferica** e **longitudine sferica**.

In particolare, dato un punto P sulla superficie sferica, è possibile tracciare la retta normale alla sfera passante per il punto P.

Tale retta forma con il piano equatoriale un angolo che costituisce la **latitudine sferica** del punto P.



# Latitudine sferica

La latitudine, essendo un angolo, si misura in gradi, solitamente gradi sessagesimali (esempio: 45° 30’ 30”) o sessadecimali (esempio: 45°, 508333).

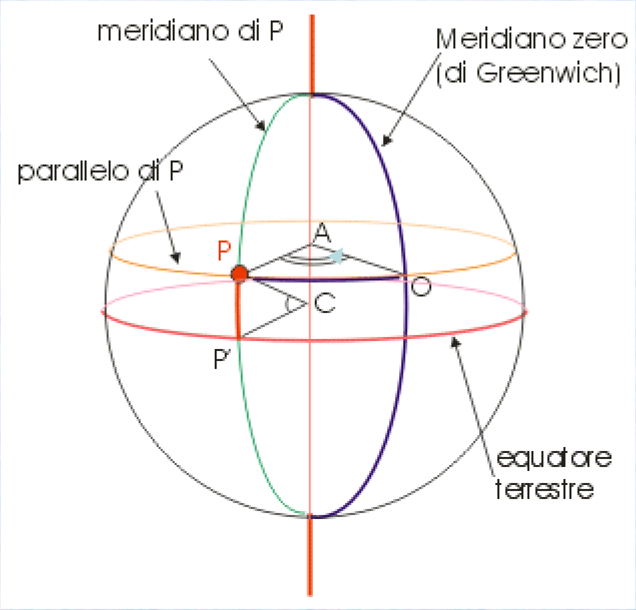
La latitudine si calcola a partire dall’equatore. Il valore varia tra 0° e 90° N e tra 0° e 90° S.

Si assume solitamente positiva la latitudine nell’emisfero boreale e negativa quella nell’emisfero australe.

# Longitudine

Ricordiamo anzitutto che un angolo si dice diedro quando è formato da piani nello spazio.

L'angolo diedro formato tra il piano meridiano passante per P ed un altro piano meridiano scelto a riferimento (per esempio il meridiano di Greenwich) costituisce la **longitudine sferica**.



# Longitudine

Trattandosi di un angolo, la longitudine è anche essa espressa in gradi, solitamente gradi sessagesimali o gradi sessadecimali.

La longitudine si calcola a partire dal meridiano di Greenwich. Il valore varia tra 0° e 180 E e 0° e 180° W (rispetto al meridiano di Greenwich).

# Raggio del parallelo

Il raggio di parallelo, variabile dal valore massimo all'equatore al valore nullo al polo, si calcola con la formula:

$$\boxed{r_p = R \cos \varphi}$$

essendo φ la latitudine di riferimento del parallelo.

Applicando tale formula, alla latitudine di 60° N, ad esempio, il raggio del parallelo, essendo il coseno di 60° pari a ½, diviene la metà del raggio equatoriale (quindi vale km 3185, se si è scelto R = 6370 km)

# Paralleli e meridiani

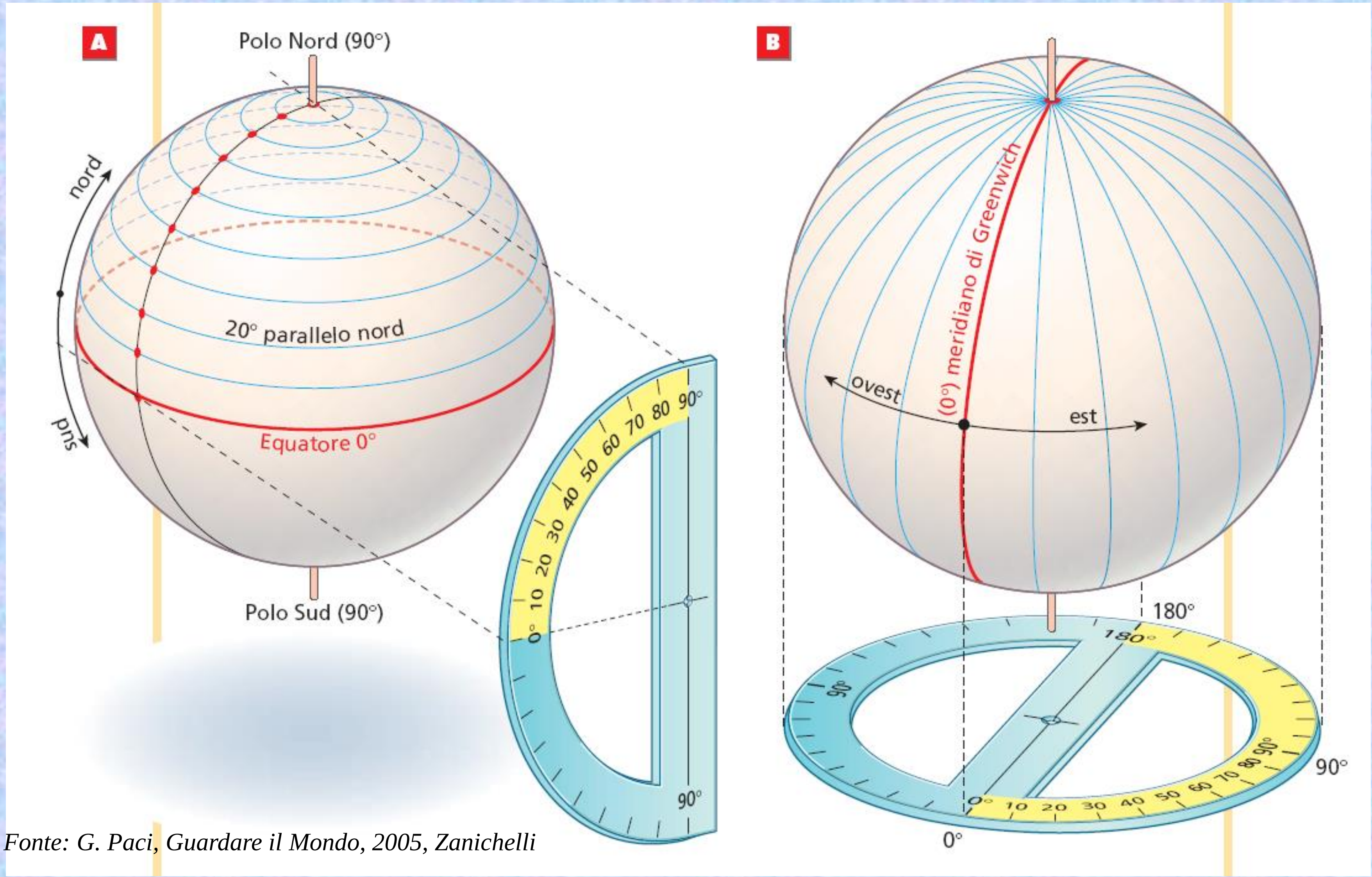
I paralleli sono circonferenze di uguale latitudine.

I meridiani sono circonferenze di uguale longitudine.

Tutti i punti sull’equatore hanno la stessa latitudine ed essa vale 0°.

Tutti i punti sullo stesso meridiano hanno la stessa longitudine; se si tratta del meridiano di riferimento (solitamente quello di Greenwich), tale longitudine vale 0°.

# Il modello sferico

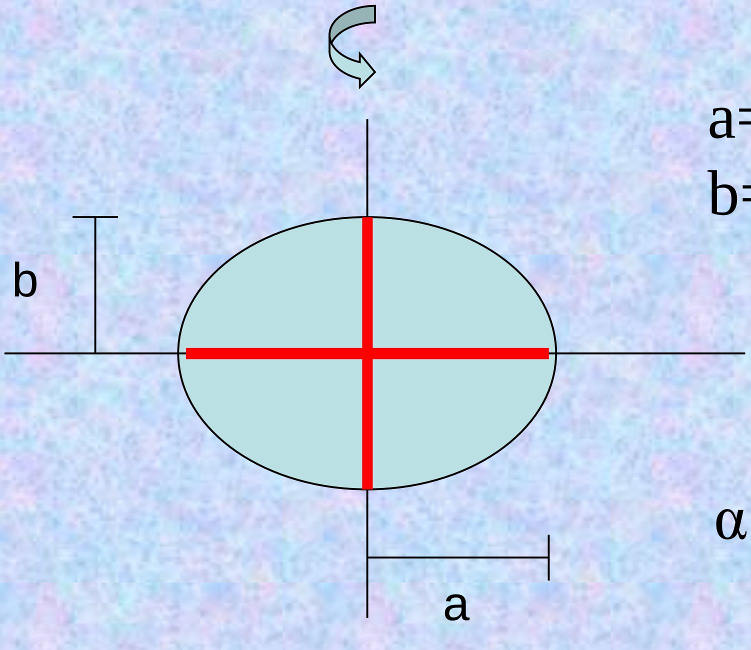



*Fonte: G. Paci, Guardare il Mondo, 2005, Zanichelli*

# Ellissoide

Per modellare la terra si utilizza anche il **modello ellissoidico**

Si tratta di un ellissoide di rotazione biassiale ottenuto dalla rotazione di un ellisse intorno al suo asse minore (2b).



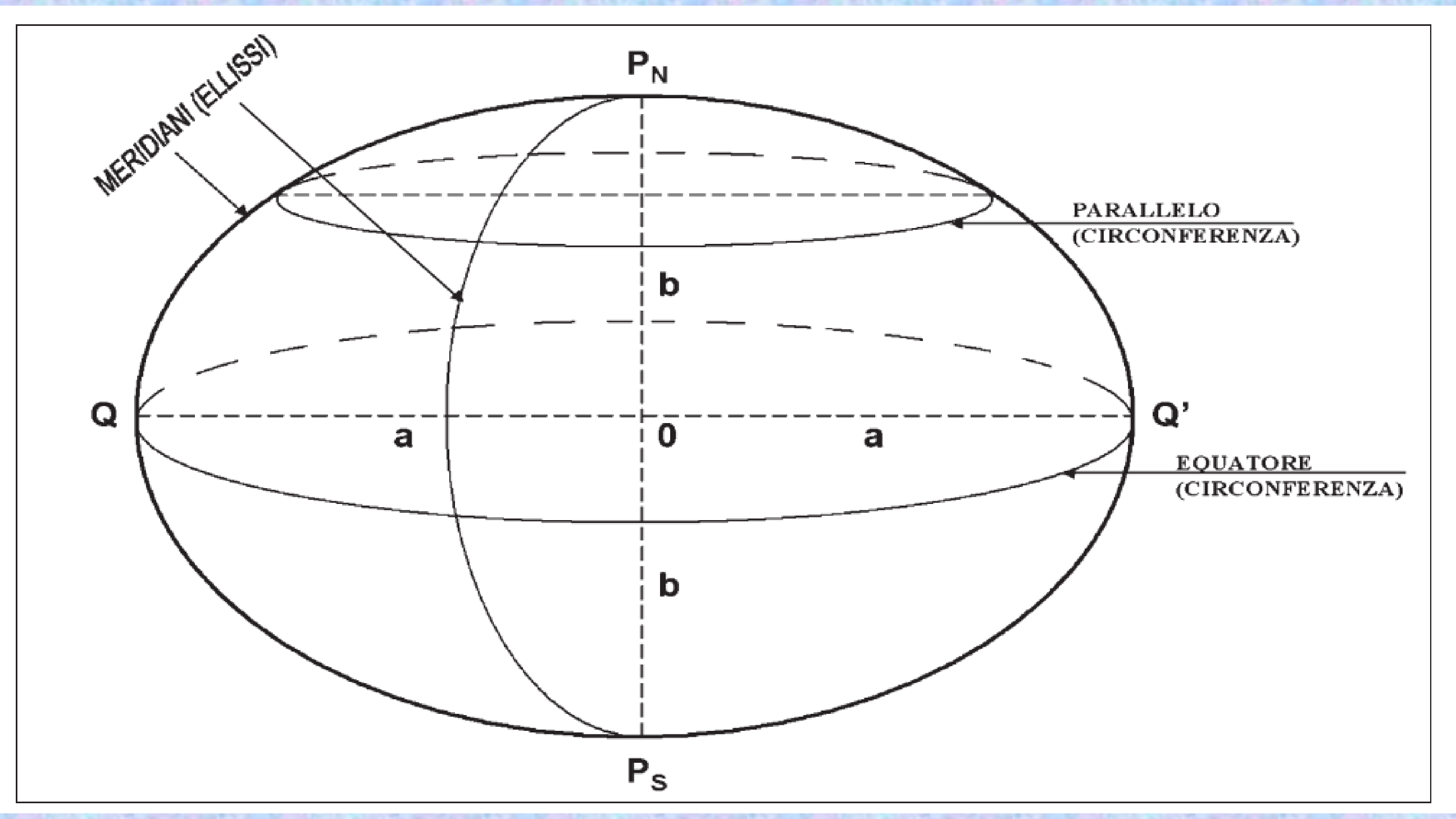

***Ellisse***

a= semiasse maggiore

b= semiasse minore

$\alpha$ = Schiacciamento = (a-b)/a

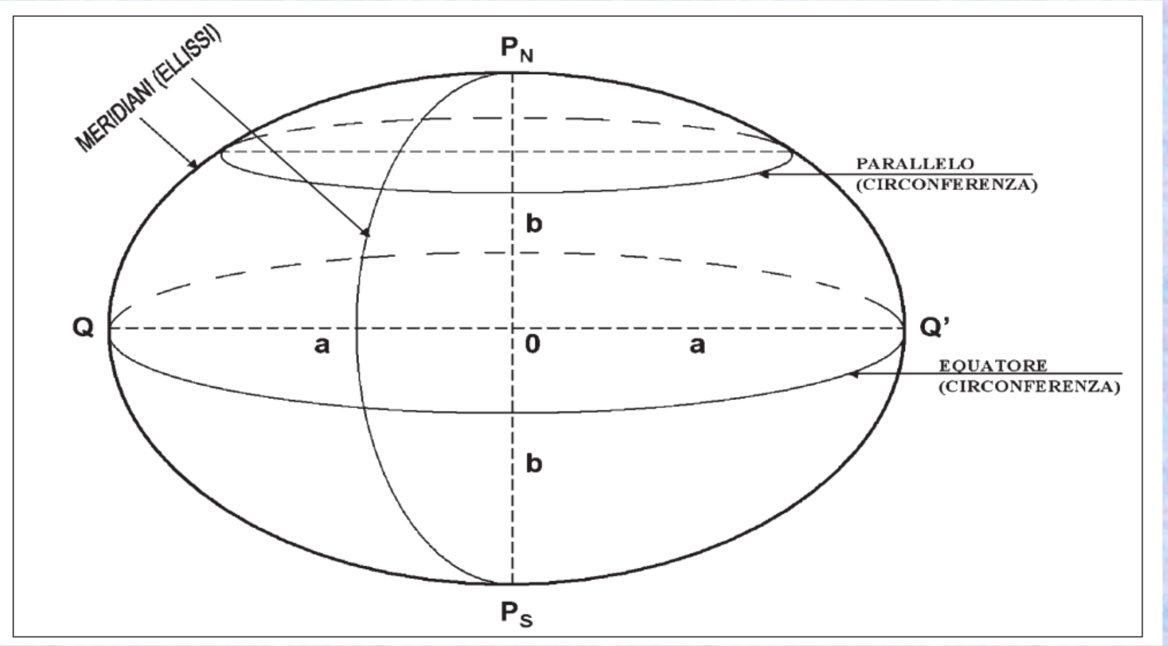
# Ellissoide di rotazione



# Equatore sull’ellissoide

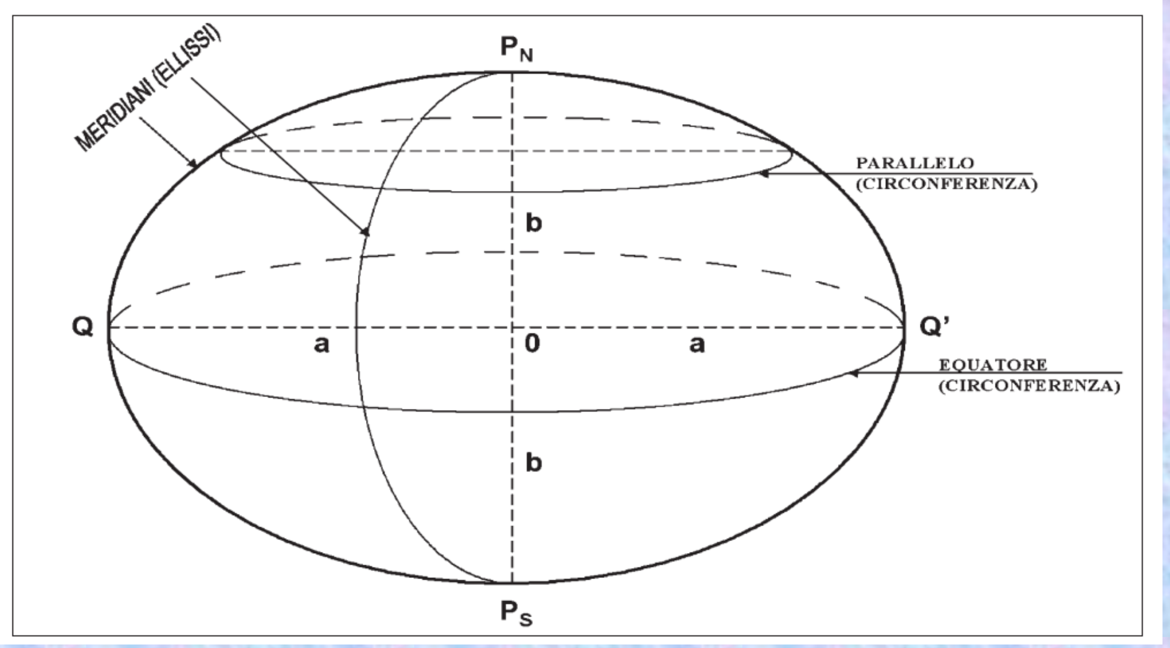
Il piano perpendicolare all’asse di rotazione dell’ellissoide e passante per il centro dell’ellissoide stesso è detto **piano equatoriale**. Esso interseca l’ellissoide dando origine all’**equatore**.

L’equatore è una circonferenza massima.



# Paralleli sull'ellissoide

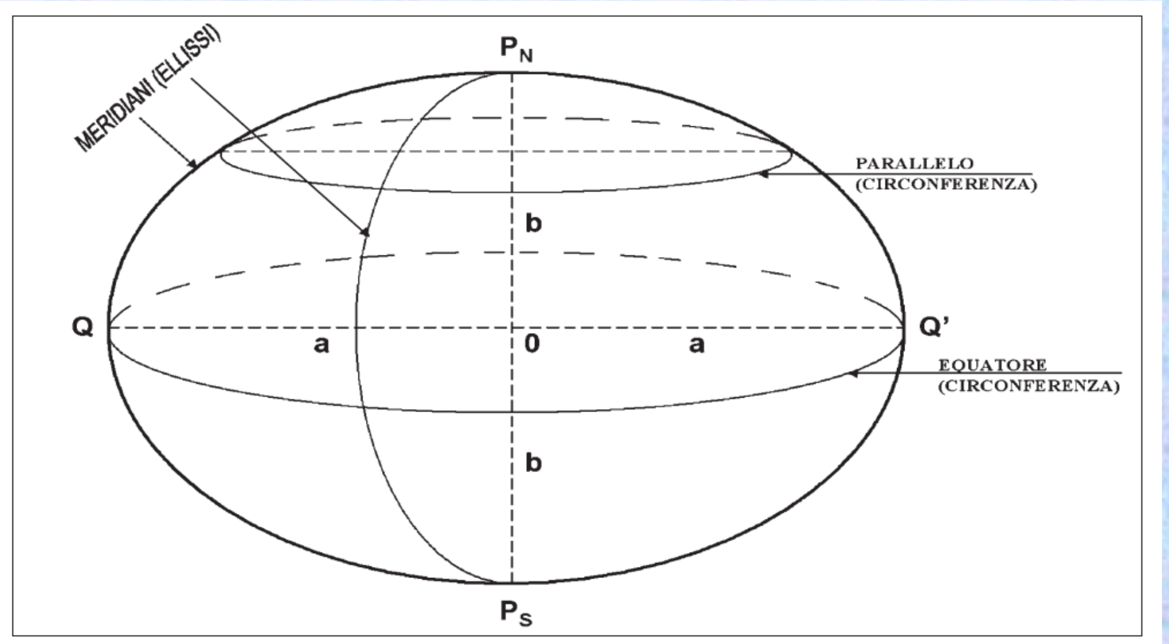
I piani perpendicolari all'asse di rotazione dell'ellissoide sono detti **piani paralleli**, Essi intersecano l'ellissoide dando origine a circonferenze dette **paralleli**.



# Paralleli sull’ellissoide

I centri di queste circonferenze sono sull’asse di rotazione dell’ellissoide.

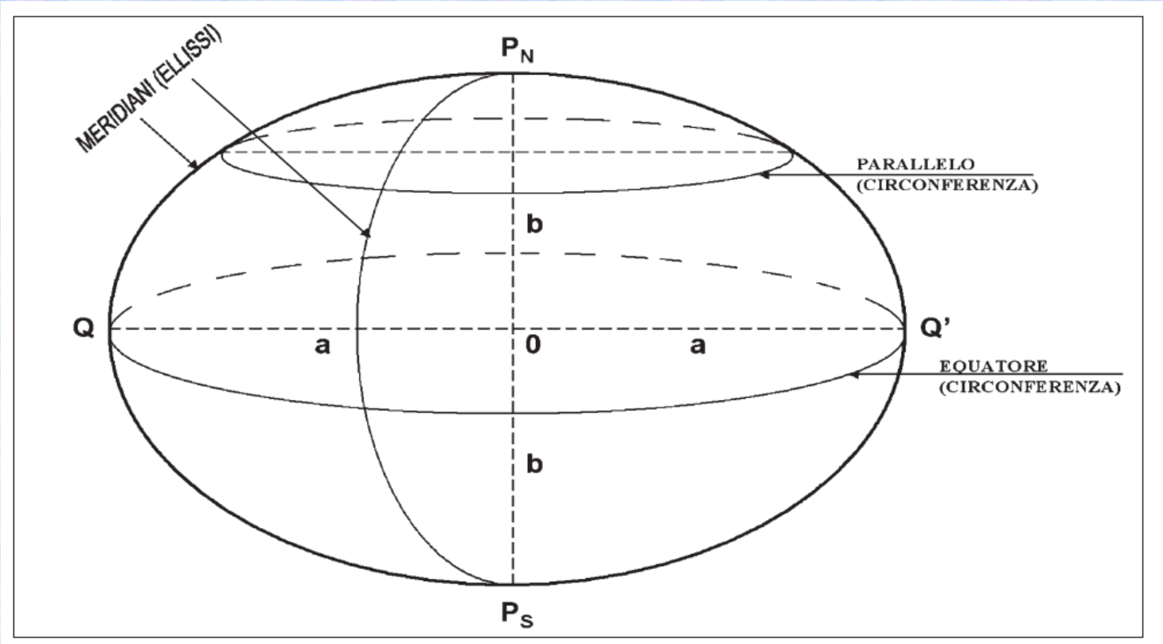
I paralleli hanno raggio variabile: il valore massimo è quello relativo al parallelo massimo (l’equatore); il valore minimo è al polo (r=0, circonferenza degenere, cioè coincide con un punto).



# Meridiani sull'ellissoide

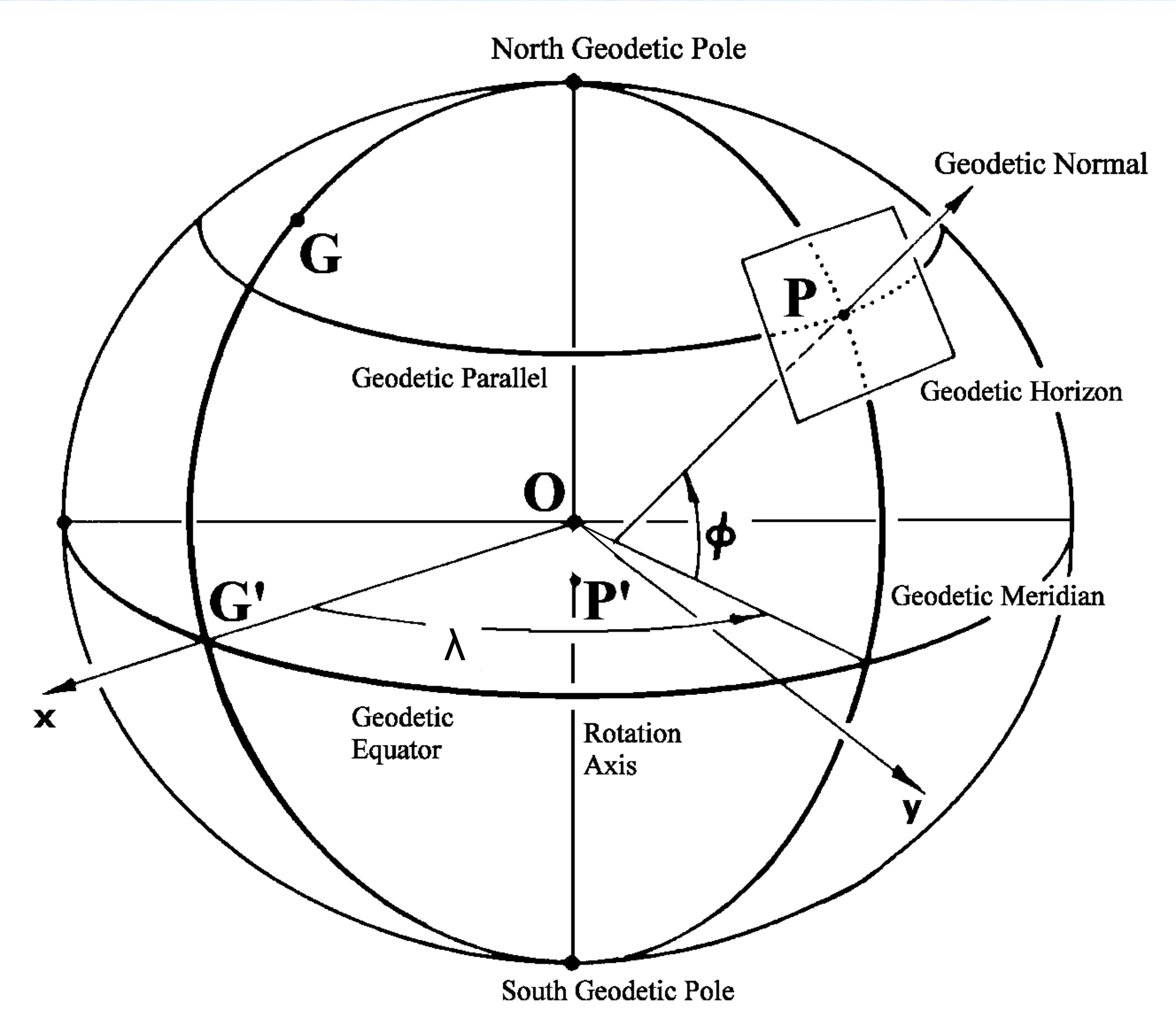
I piani contenenti l'asse di rotazione dell'ellissoide sono detti piani meridiani. Essi intersecano l'ellissoide dando origine a ellissi, dette **meridiani**.

Tutti i meridiani sono ellissi.




Uno dei meridiani viene assunto per riferimento: solitamente è quello passante per ***Greenwich (Inghilterra)***.

***Ellissoide***




*Equazione dell'ellissoide:*

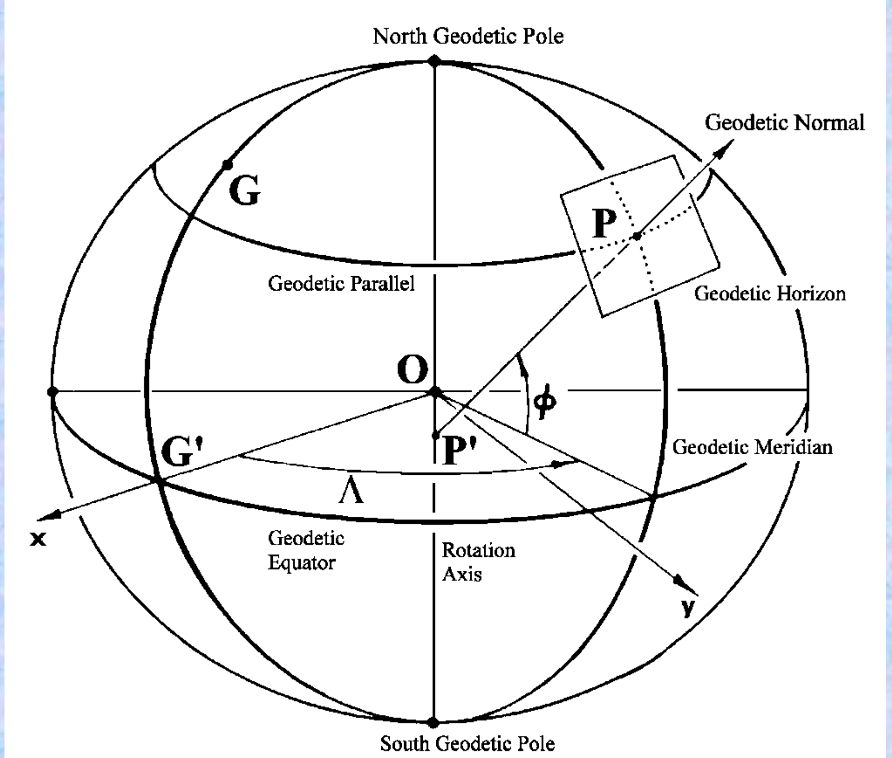
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$$

# Latitudine ellissoidica

La posizione di un punto sull'ellissoide può essere espressa mediante le coordinate **latitudine** e **longitudine** (che saranno perciò dette, rispettivamente, **latitudine ellisoidica** e **longitudine ellissoidica)**.

# Latitudine ellissoidica

In particolare, dato un punto P sulla superficie ellissoidica, è possibile tracciare la retta normale all’ellissoide passante per il punto P. Tale retta forma con il piano equatoriale un angolo che costituisce la **latitudine ellissoidica** del punto P.

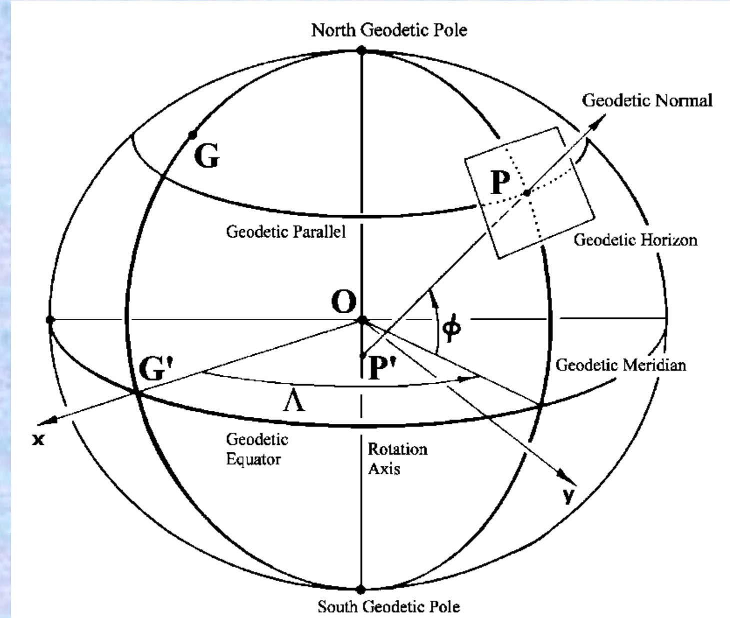


# Latitudine ellissoidica

La latitudine, essendo un angolo, si misura in gradi sessagesimali o sessadecimali.

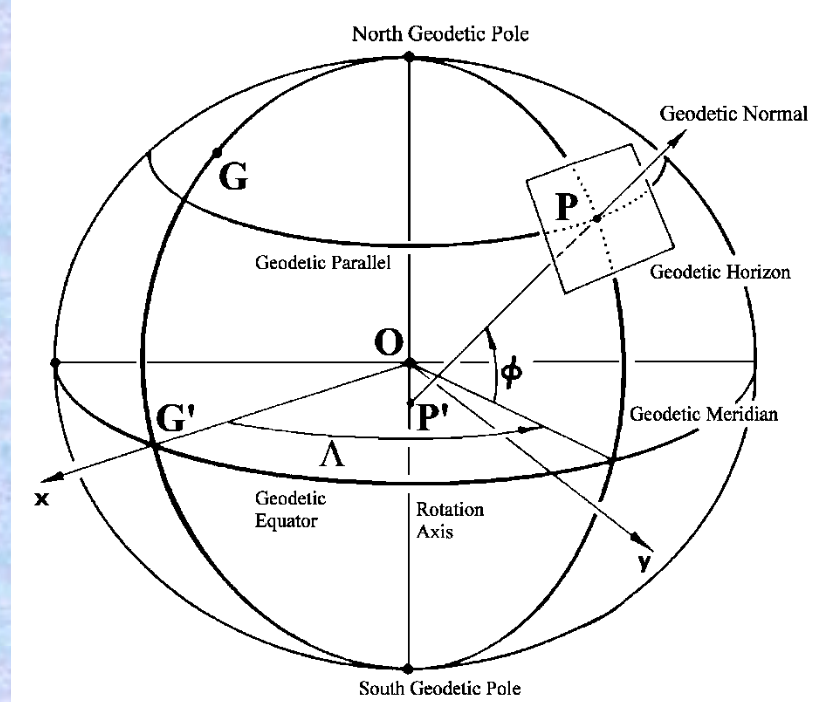
La latitudine si calcola a partire dall'equatore. Il valore varia tra 0° e 90° N e tra 0° e 90° S.

Si assume solitamente positiva la latitudine nell'emiellissoide boreale e negativa quella nell'emiellissoide australe.



# Longitudine ellissoidica

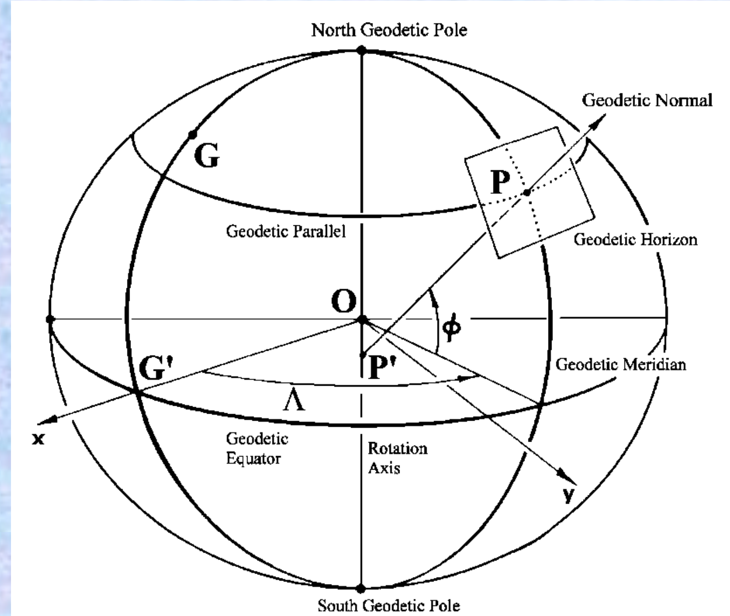
L'angolo diedro formato tra il piano meridiano passante per P ed un altro piano meridiano scelto a riferimento (per esempio il meridiano di Greenwich) costituisce la **longitudine ellissoidica**.



# Longitudine ellissoidica

Trattandosi di un angolo, la longitudine è anche essa espressa in gradi sessagesimali o anche in gradi sessadecimali.

La longitudine si calcola a partire dal meridiano di Greenwich. Il valore varia tra 0° e 180 E e 0° e 180° W (rispetto al meridiano di Greenwich).



# Paralleli e meridiani sull’ellissoide

I paralleli sono circonferenze di uguale latitudine.

I meridiani sono ellissi di uguale longitudine.

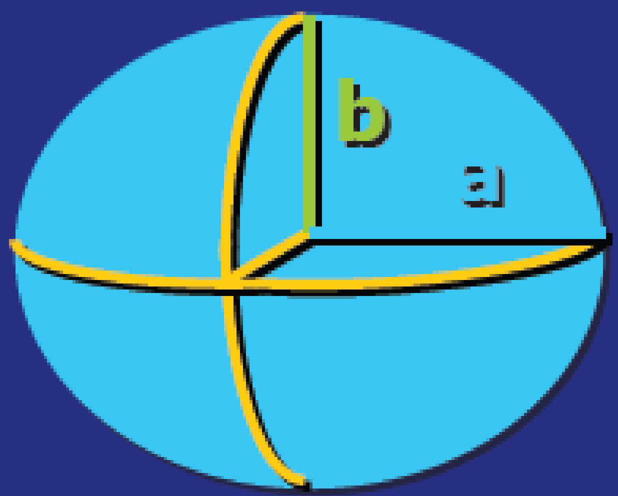
Tutti i punti sull’equatore hanno la stessa latitudine e vale 0°.

Tutti i punti sullo stesso meridiano hanno la stessa longitudine; se si tratta del meridiano di riferimento (solitamente quello di Greenwich), tale longitudine vale 0°.

# Moti terrestri

**Nel secolo XVII dopo le scoperte di Newton sulla gravitazione universale ebbe inizio la Geodesia moderna**

# Ellissoide di rotazione

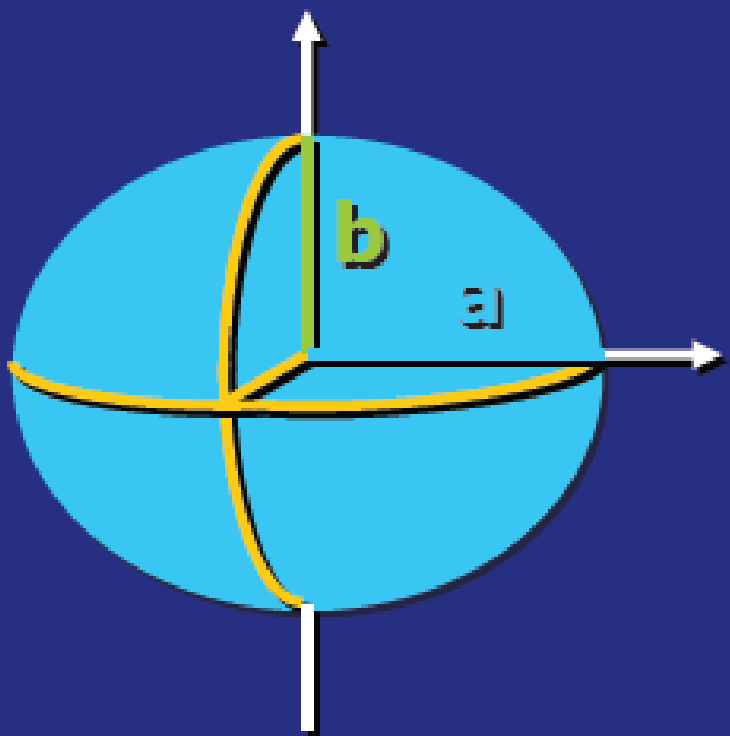



**Mac Laurin (1700)**

**Sorse il problema di come determinare valori per a e b**

**Campagne per la misura del grado a diverse latitudini Perù - Lapponia (1737-1743)**

# Ellissoide di rotazione




**Bessel 1841**

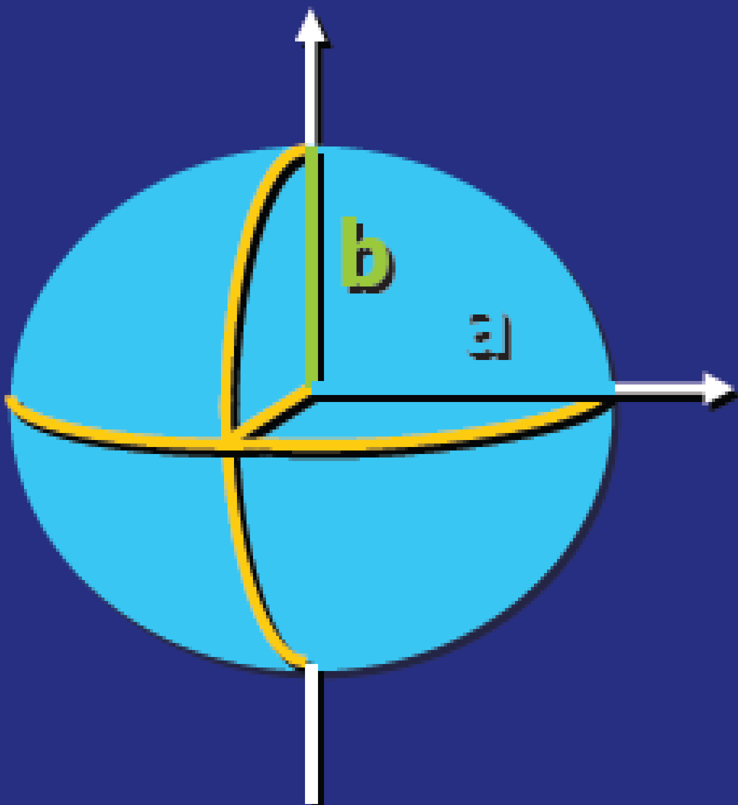
$a = 6.377.397{,}15\ m$

$b = 6.356.082{,}17\ m$

$s = (a - b)/a$

**Adottato dall'Italia nelle prime rappresentazioni cartografiche**

# Ellissoide di rotazione




**Hayford**

$a = 6.378.388$ m

$b = 6.356.911{,}95$ m

$s = (a - b)/a$

**Fu scelto come ellissoide internazionale**

# Esempi di ellissoidi più utilizzati

Misure espresse in metri

| Ellissoide | S.asse maggiore **a** | Schiacciamento $\alpha$ |
|---|---|---|
| EVEREST (1830) | 6377276 | 1/300.8 |
| BESSEL (1841) | 6377397 | 1/299.2 |
| CLARKE (1866) | 6378206 | 1/294.9 |
| CLARKE (1880) | 6378301 | 1/293.5 |
| HELMERT (1906) | 6378140 | 1/298.3 |
| HAYFORD (1909) | 6378388 | 1/297.0 |
| KRASSOVSKY (1942) | 6378245 | 1/298.3 |
| FISCHER (1960) | 6378160 | 1/298.3 |
| WGS84 (1987) | 6378137 | 1/298.3 |

# Le dimensioni della Terra

| | |
|---|---|
| Raggio Equatoriale (a) | Km 6.378,4 |
| Raggio Polare (b) | Km 6.356,9 |
| Differenza (a - b) | Km 21.5 |
| Schiacciamento ($\alpha$ = [a - b]/a) | 1/297 |
| Circonferenza equatoriale | Km 40.076,6 |
| Lunghezza del Meridiano | Km 40.008,9 |
| Superficie | $Km^2$ 509.950,414 |
| Volume | $Km^3$ 1.083.000.000 |
| Monte Everest | m 8.882 |
| Fossa di Emden | m -10.793 |

# Raggi di curvatura

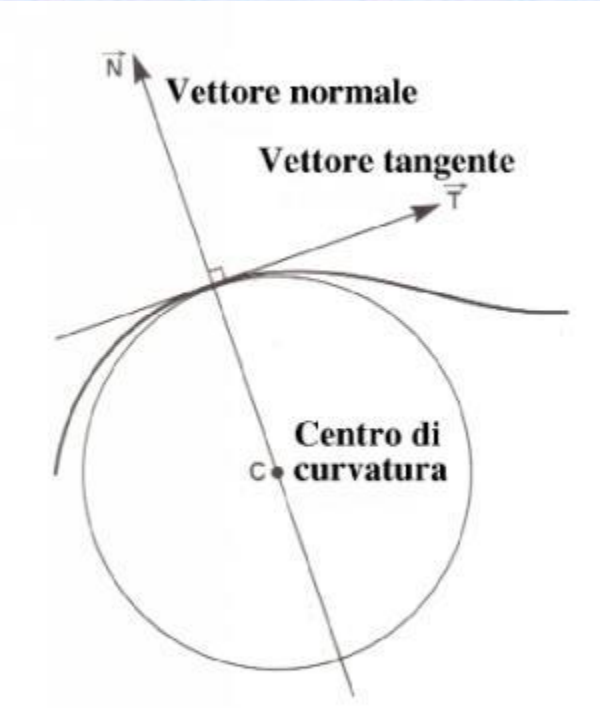
Data una qualsiasi curva, si può definire per ogni punto di essa un raggio di curvatura.

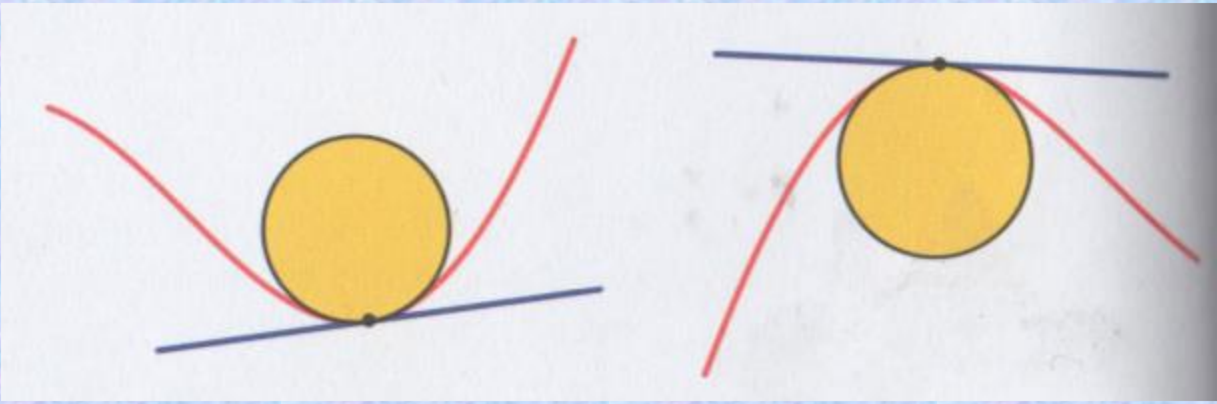
Per una circonferenza il raggio di curvatura è costante e rappresenta la distanza di ciascun punto della circonferenza dal centro.

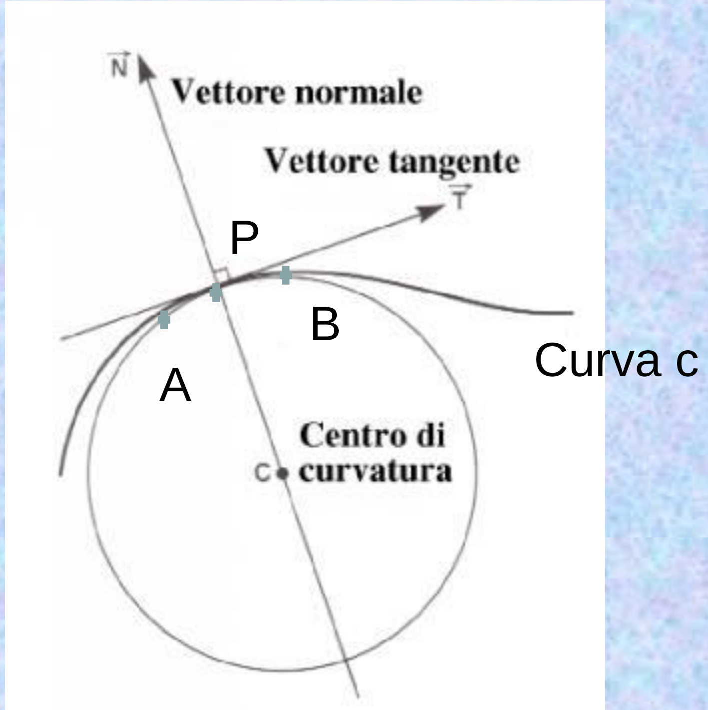
# Raggi di curvatura

Per una curva qualsiasi, il raggio di curvatura in un punto è il raggio della circonferenza che meglio approssima la curva in quel punto.

Tale circonferenza è detta **circonferenza osculatrice** (si parla anche di **cerchio osculatore**).






Se vogliamo il raggio di curvatura della curva c in P, prendiamo un punto A sulla curva prima di P e un punto B sulla stessa curva dopo di P. Facciamo un «processo al limite»: facciamo tendere a zero il valore di AP e di PB, così da avere tre punti distinti, ma prossimi…
Per i tre punti distinti A, P, B così ottenuti passa una e una sola circonferenza, il cui raggio è proprio il raggio di curvatura della curva di partenza c in P.

# Raggi principali di curvatura dell’ellissoide

Dato un punto P sull’ellissoide, possiamo definire in esso infiniti raggi di curvatura.

In particolare esistono infiniti piani che contengono la normale all’ellissoide passante per P: ogni piano taglia l’ellissoide generando una curva e tale curva ha un raggio di curvatura in P.

Tar questi infiniti raggi di curvatura in P, due sono detti raggi principali di curvature e prendono il nome di:

**Raggio dell’ellisse meridiana passante per P;**

**Gran normale nel punto P.**

# Raggio dell’ellisse meridiana

Sia dato un punto P sull’ellissoide.

Il **raggio dell’ellisse meridiana** che passa per il punto P è il raggio di curvatura dell’ellisse in quel punto.

Tale grandezza si indica con $\rho$.

La formula è:

$$\rho = \frac{a \cdot \left(1 - e^2\right)}{\left(1 - e^2 \cdot \mathrm{sen}^2\, \varphi\right)^{3/2}}$$

Dove $\varphi$ è la latitudine ed e l’eccentricità.

# Gran normale

Dato il punto P sulla superficie dell'ellissoide, si considera il piano che è perpendicolare all'ellisse meridiana e che contiene la normale all'ellissoide in P.

L'intersezione tra questo piano e l'ellissoide genera una curva. Il raggio di curvatura di tale curva nel punto P prende il nome di **gran normale**.

La gran normale si indica solitamente con N.

$$N = \frac{a}{\left(1 - e^2 \cdot \operatorname{sen}^2 \varphi\right)^{1/2}}$$

dove φ è la latitudine ed e l'eccentricità

# Sfera locale

Dato un punto P sull'ellissoide, per un intorno di circa 100-150 km si può sostituire all'ellissoide una sfera per semplificare i calcoli, introducendo errori contenuti, cioè accettabili in alcune applicazioni pratiche.

Tale sfera è detta **sfera locale** ed il raggio è dato da:

$$R' = \sqrt{\rho * N}$$

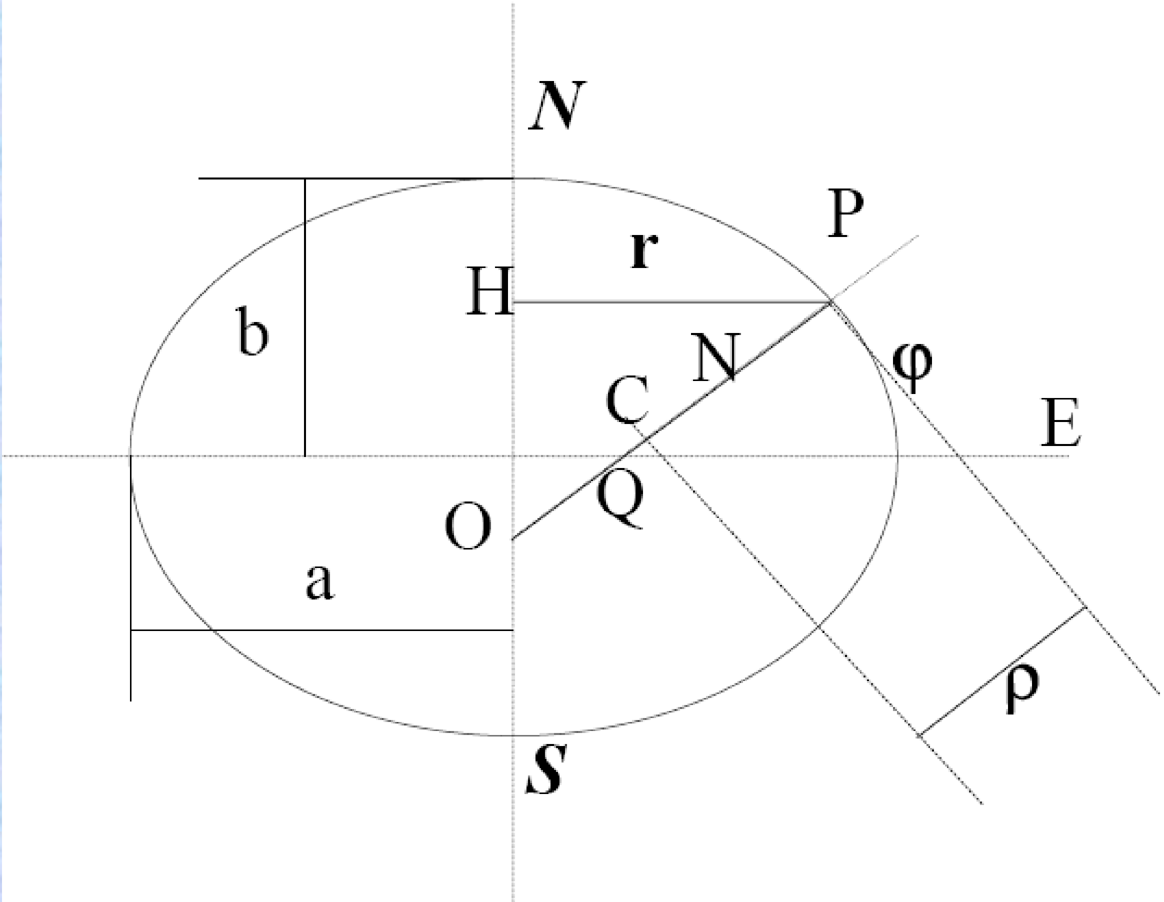
# Raggio del parallelo

Il raggio di parallelo si calcola con la formula:

$$r_p = N * \cos\varphi$$

essendo N la gran normale e φ la latitudine di riferimento del parallelo.

# Ellissoide I




$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

$$r = \frac{a \cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^3}}$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

# Ellissoide II

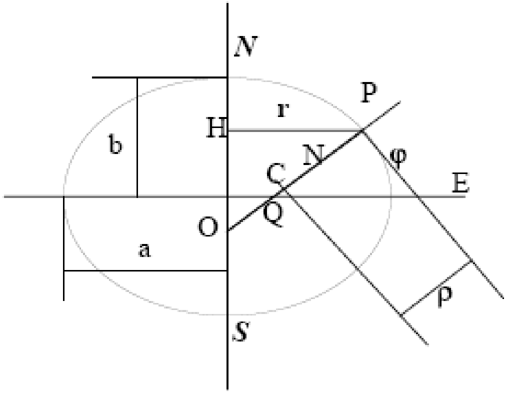
$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$ Equazione dell'ellissoide avente semiasse maggiore **a** e semiasse minore **b**

Raggio del parallelo di latitudine φ $$r = \frac{a \cos\varphi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$ Schiacciamento

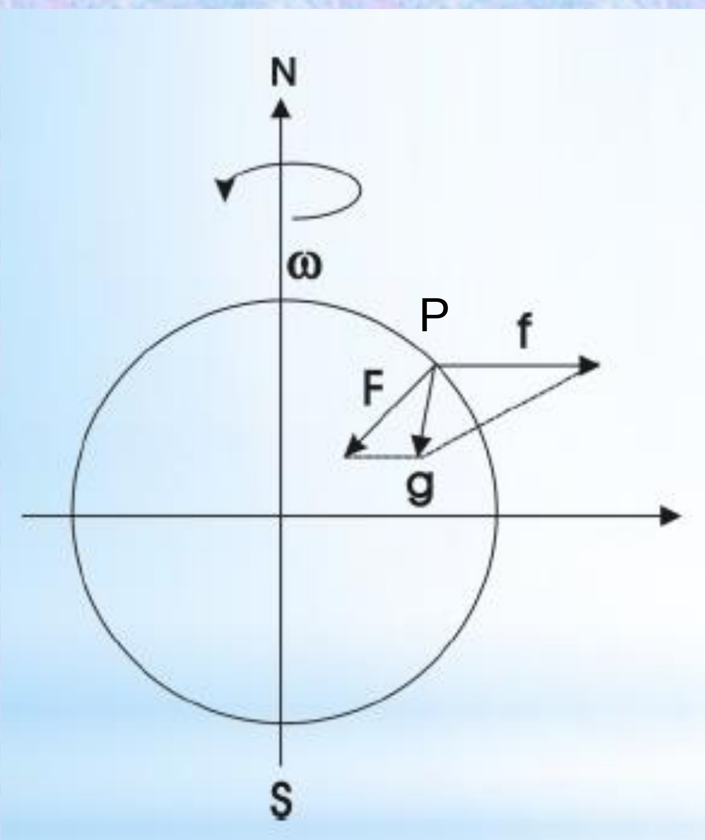
$$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$ Eccentricità

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi)^3}}$$ Raggio di curvatura del meridiano, o raggio di curvatura minore (intersezione dell'ellissoide con il piano contenente il meridiano).




Gran Normale, o raggio di curvatura maggiore (intersezione dell'ellissoide con il piano contenente la verticale al punto **P** e ortogonale al piano contenente il meridiano)

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$




# Il geoide

Qualunque punto P di massa *m* posto sulla superficie terrestre è sottoposto a delle forze, in particolare la **forza centrifuga** e la **forza di attrazione newtoniana (o gravitazionale)**

- $m$ massa del punto P;
- $\omega$ velocità angolare;
- $r$ distanza del punto P dall'asse di rotazione;
- $G$ costante di Gravitazione Universale;
- $M$ massa della Terra;
- $d$ distanza del punto P dal centro di massa terrestre.

**Forza Centrifuga** $f = ma = m\omega^2 r$

**Forza di Attrazione Gravitazionale** $F = G\dfrac{mM}{d^2}$

La risultante delle due forze è detta **forza di gravità**.

# Il geoide

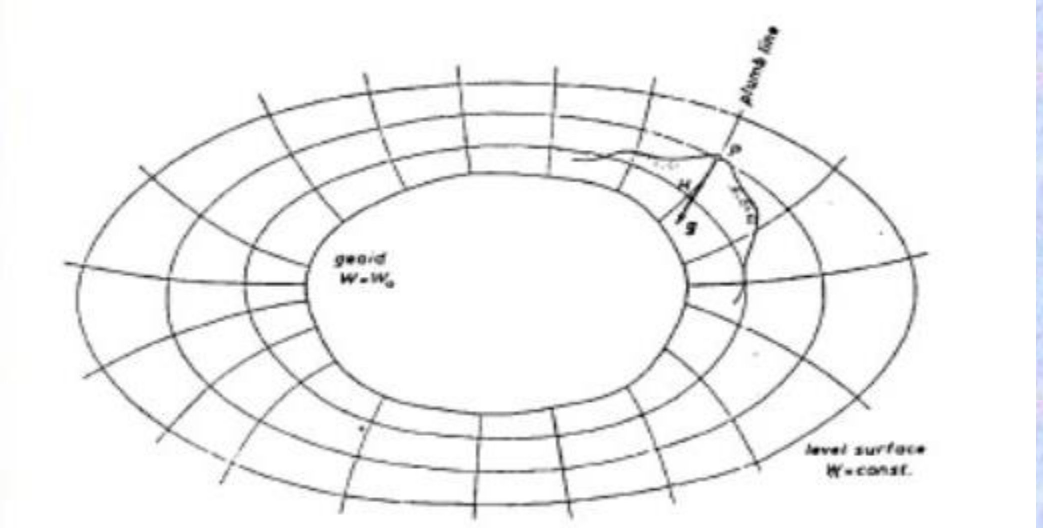
La direzione della forza di gravità è fondamentale nella pratica operativa in quanto definisce **la verticale** passante per il punto. Tale direzione può essere materializzata con il filo a piombo

La direzione della verticale non è una linea retta, ma una linea curva.
Tuttavia per brevi tratti può essere assunta coincidente con una retta.

# Il geoide

L'insieme delle linee di forza del campo di gravità definiscono il campo gravitazionale che ammette un *potenziale gravitazionale* *W*.

*W* fornisce una serie infinita di superfici, chiamate *equipotenziali*, con la proprietà di avere la verticale in ogni punto normale (cioè perpendicolare) alla superficie stessa.



# Il geoide

Supponendo la massa terrestre costituita da un liquido in quiete (assenza d moti e correnti), essa si disporrebbe secondo una delle superfici equipotenziali (*W* costante) scelta in modo da essere passante per un determinato punto in un determinato istante.

# Il geoide

Si sceglie, tra le infinite superficie equipotenziali, quella che meglio approssima il livello medio marino.

Supponiamo di estendere il mare (gli oceani) sotto i continenti: la superficie equipotenziale della forza di gravità che si avvicina di più al livello medio del mare prende il nome di geoide.

# Il geoide

Il geoide è la superficie che meglio descrive la superficie media degli oceani (a meno dell'influenza di maree, correnti ed effetti meteorologici) e, quindi, la superficie media della Terra.

Esso, infatti, è definibile come la superficie equipotenziale (in cui, cioè, il potenziale della forza di gravità ha valore uguale) che presenta i minimi scostamenti dal livello medio del mare

# Il geoide

Si riporta di seguito l'equazione del geoide:
si impone che il potenziale della forza di gravità sia costante.

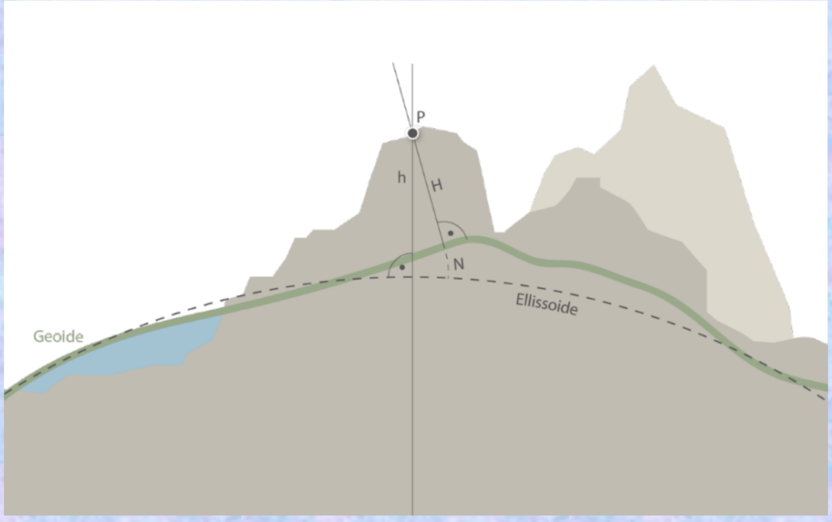
$$W(x,y,z)=\int_T G\frac{dm}{r}+\frac{\omega^2}{2}\left(x^2+y^2\right)=c$$

Di complessa trattazione analitica perché richiede la conoscenza della legge di distribuzione della massa all'interno della Terra

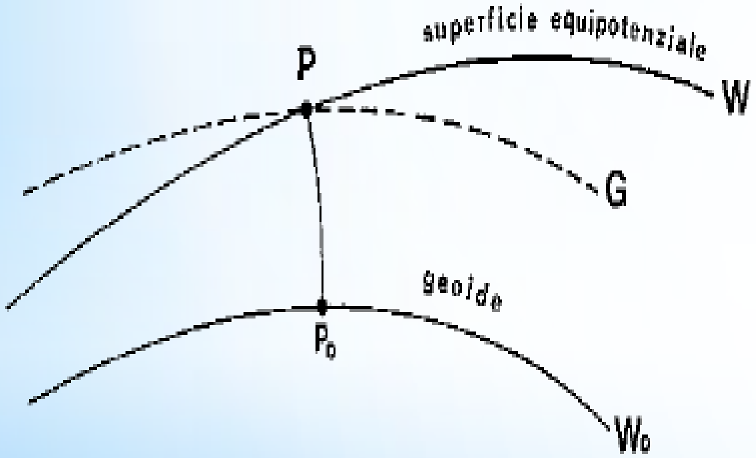
# Il geoide

Riepilogando:

Il geoide è la superficie equipotenziale della forza di gravità che meglio approssima la superficie del livello del mare. Per definizione tale figura è, in ogni punto, perpendicolare alla forza di gravità. Il geoide viene preso come riferimento per le quote. Esso estende il livello medio dei mari al di sotto dei continenti.



# Quota ortometrica




Quota Ortometrica

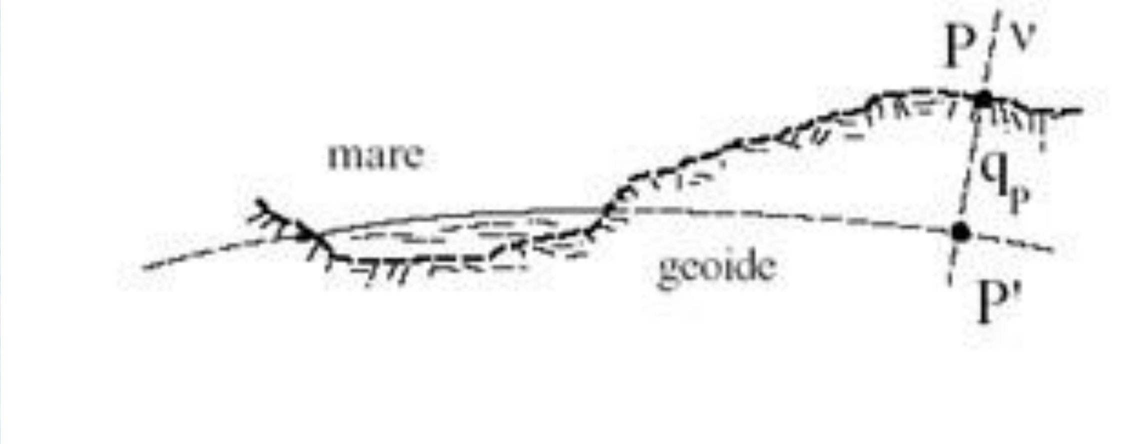
Lunghezza della linea di forza compresa tra la superficie equipotenziale passante per il punto P e il geoide

# Il geoide

Il geoide non è esprimibile mediante una equazione matematica di facile risoluzione, come la sfera o l’ellissoide, ma è fisicamente individuabile.

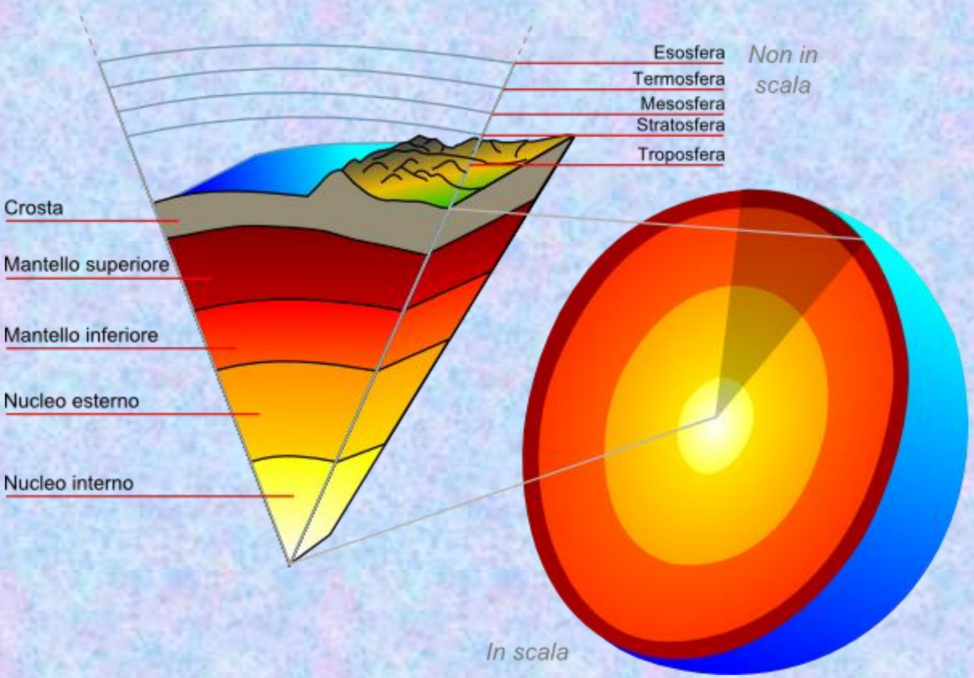
A cosa serve? Come riferimento per le quote che verranno dette quote ortometriche.

Non viene utilizzato per la determinazione della posizione planimetrica (per la planimetria si utilizzano o la sfera o l’ellissoide)



# Il geoide

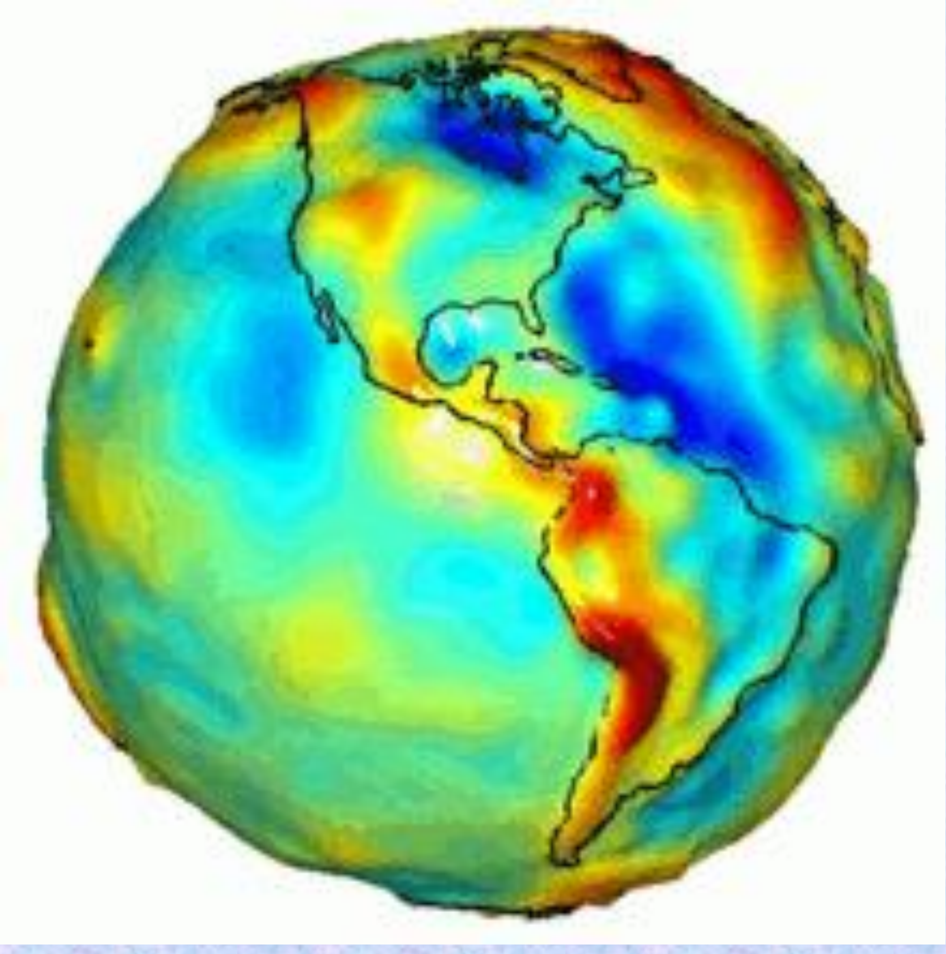
Il Geoide ha una superficie liscia ma relativamente ondulata, poiché, il suo andamento sotto i continenti subisce delle oscillazioni per effetto delle variazioni di densità (e quindi variazioni di gravità); ne consegue, per esempio, che se in un punto la gravità aumenta, il punto di questa superficie geoidica (equipotenziale) deve allontanarsi dal centro di gravità della Terra.




Le ondulazioni del geoide sono comunque contenute in alcune decine di metri

# Il geoide

Una rappresentazione falsata del geoide che ne evidenzia la variabilità



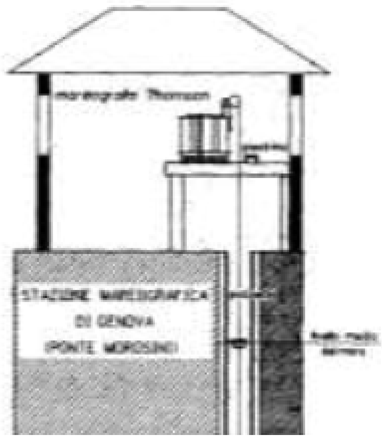
Le ondulazioni del geoide sono comunque contenute in alcune decine di metri

# Il geoide

La superficie del geoide viene determinata sperimentalmente in alcuni punti costieri con attrezzature relativamente complesse chiamate mareografi, mentre, nelle zone emerse, la quota viene riportata a quella del geoide con operazioni di misura dette altimetriche.

Talvolta il geoide viene chiamato anche DATUM ALTIMETRICO, perché costituisce la superficie di riferimento delle quote (ortometriche o geoidiche).

# Il geoide




**Il Geoide è quindi quella particolare superficie equipotenziale del campo della gravità che passa per un punto prefissato dell'area locale che si intende approssimare - ad esempio un mareografo (quello di Genova in fig.1.1), posto sulla linea di costa, che individua il livello medio marino in un determinato periodo di tempo - per l'Italia continentale il riferimento altimetrico adottato da IGMI è il mareografo di Genova (osservazioni dal 1937 al 1946 - riferimento 1942), per la Sicilia quello di Catania e per la Sardegna quello di Cagliari.**

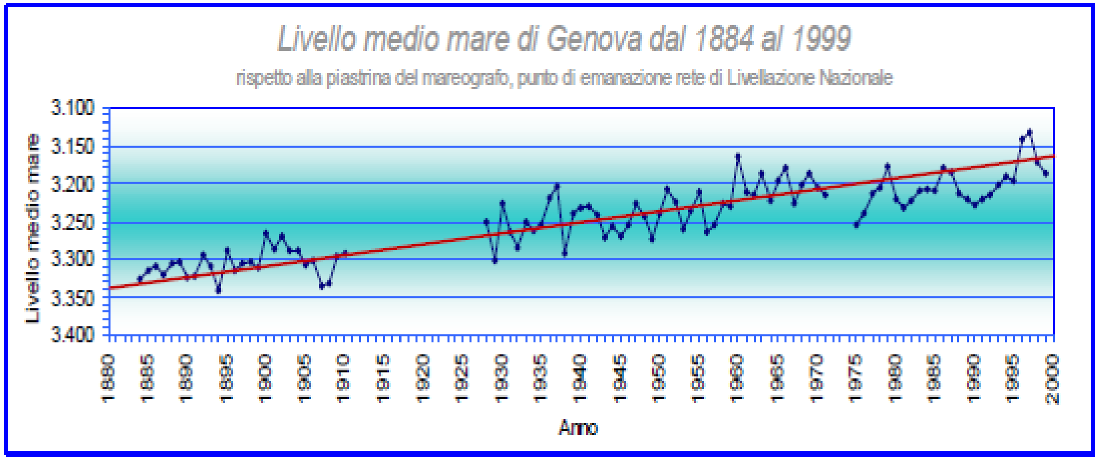
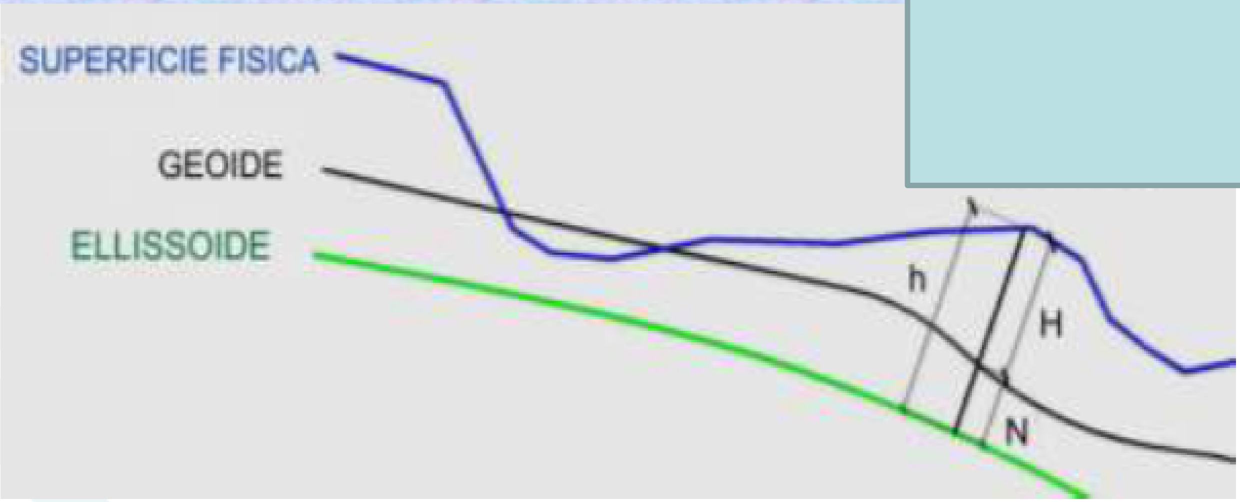



**Fig. 1.1 – il mareografo di Genova e il grafico delle determinazioni del livello medio marino rispetto al punto di riferimento (piastrina) del mareografo**

Come si vede (fig.1.1), il livello medio del mare non è costante - si comprende quindi la necessità di una sua determinazione "convenzionale" media la cui validità viene mantenuta nel tempo finché non si decida un suo aggiornamento. Si introduce una approssimazione (livello del mare costante) e la si mantiene almeno fino a quando questa non determina imprecisioni giudicate inaccettabili.

# Ondulazione geoidica

**Fig. 1.3 - superfici di riferimento topografiche.**




La quota ortometrica **H** di un punto della superficie fisica della terra è definita come la distanza del punto considerato dalla superficie del geoide misurata lungo la direzione della forza di gravità (verticale).

L'altezza ellissoidica **h** di un punto della superficie fisica della terra è definita come la distanza del punto considerato dalla superficie dell'ellissoide misurata lungo la retta normale.

La differenza **N = h – H** prende il nome di ondulazione geoidica ed esprime la distanza del geoide dall'ellissoide nel punto considerato (vedi anche fig. 1.5).

# Il geoide – EGM96

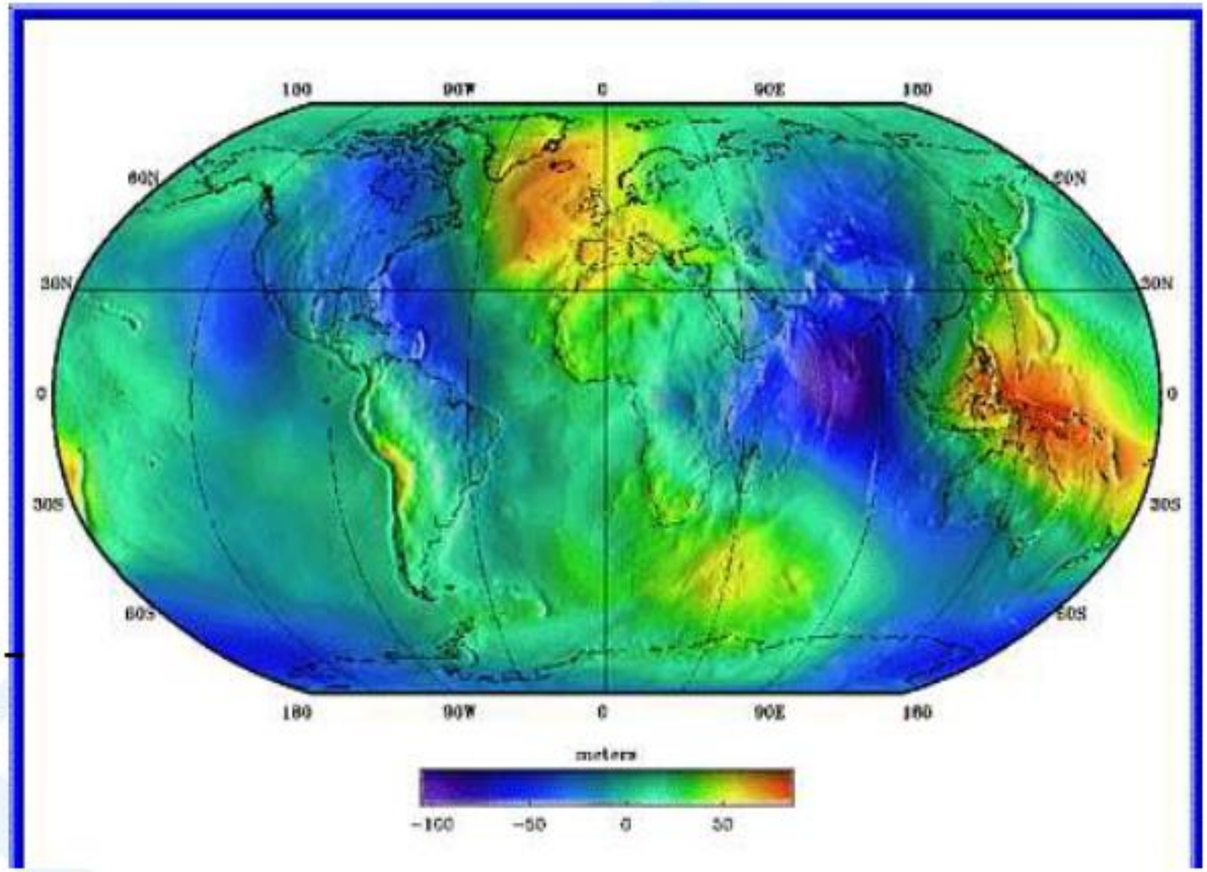



Fig. 1.4 Il modello (o datum altimetrico) globale EGM96 – le ondulazioni N del geoide rispetto all'ellissoide sono evidenziate con tinte ipsometriche

# Deviazione della verticale

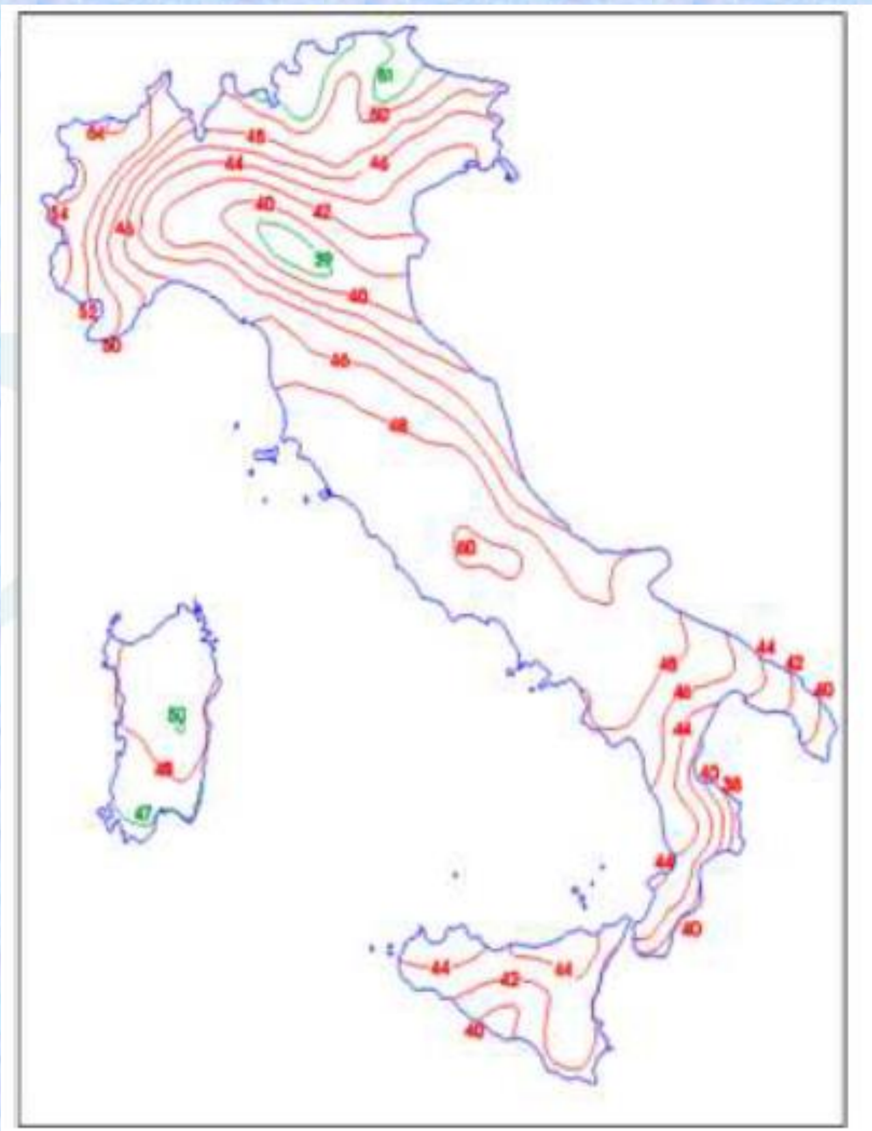
La differenza angolare tra la verticale (perpendicolare al geoide) e la normale all'ellissoide si chiama **deviazione della verticale**. Si noti che l'ondulazione geoidica può essere misurata parallelamente alla verticale o alla normale all'ellissoide, ciò comporta generalmente una differenza trascurabile ai fini pratici. Trattandosi di rette nello spazio, le differenze angolari tra verticale e retta normale vengono solitamente scomposte nella direzione del meridiano passante per il punto considerato e nella direzione ad esso ortogonale.


**Fig. 1.5 – differenze tra retta normale (all'ellissoide) e verticale (ortogonale al geoide)**

**In figura si mostrano le deviazioni nel piano verticale passante per A e B, ma ci possono essere deviazioni anche in senso ortogonale a tale piano.**

**N è la "ondulazione del geoide" – ovvero la differenza tra h (ellissoidica) e H (ortometrica) – in figura N avrebbe valore negativo**

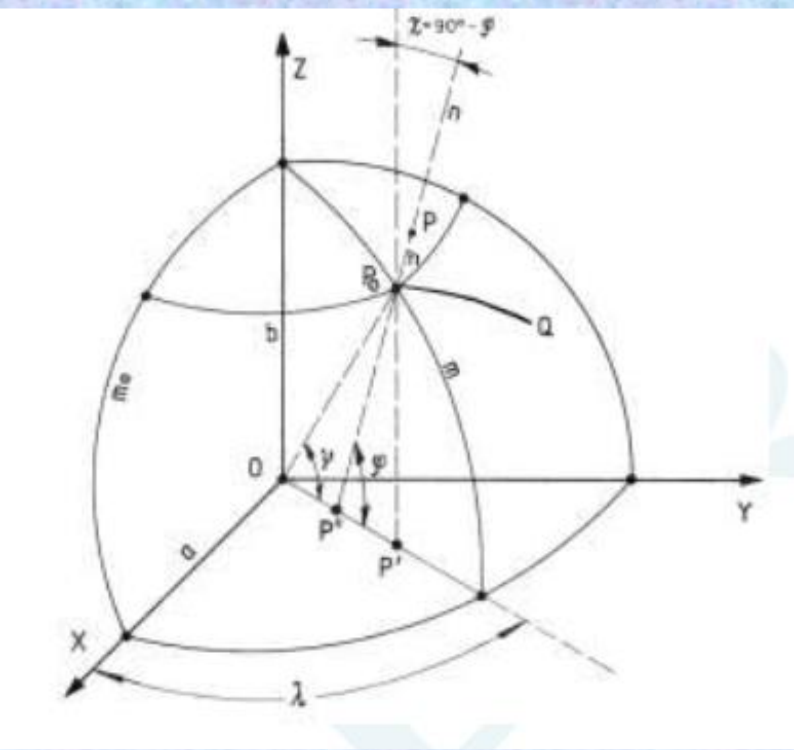
# Il geoide Italgeo2005



-ondulazione del geoide in Italia (Italgeo 2005) le linee di livello indicano di quanto il geoide è più alto dell'ellissoide WGS84, ovvero di quanto le h sono maggiori delle Q nelle varie

# Coordinate alto-geografiche

Abbiamo già definito le coordinate geografiche latitudine e longitudine.




Se si considera un punto **P** che giace sulla superficie fisica della terra (o anche al di sopra di questa) si aggiunge la distanza **h** già definita come altezza ellissoidica (PPo in fig.1.7a) si parla in questo caso di **coordinate alto-geografiche.**

La posizione del punto **P** potrebbe essere anche definita mediante le sue **coordinate cartesiane ellissocentriche X,Y,Z.**

Evidentemente il passaggio da cartesiane a alto-geografiche e quello inverso sono possibili mediante le formule allegate in fondo alla dispensa

# Precisazioni

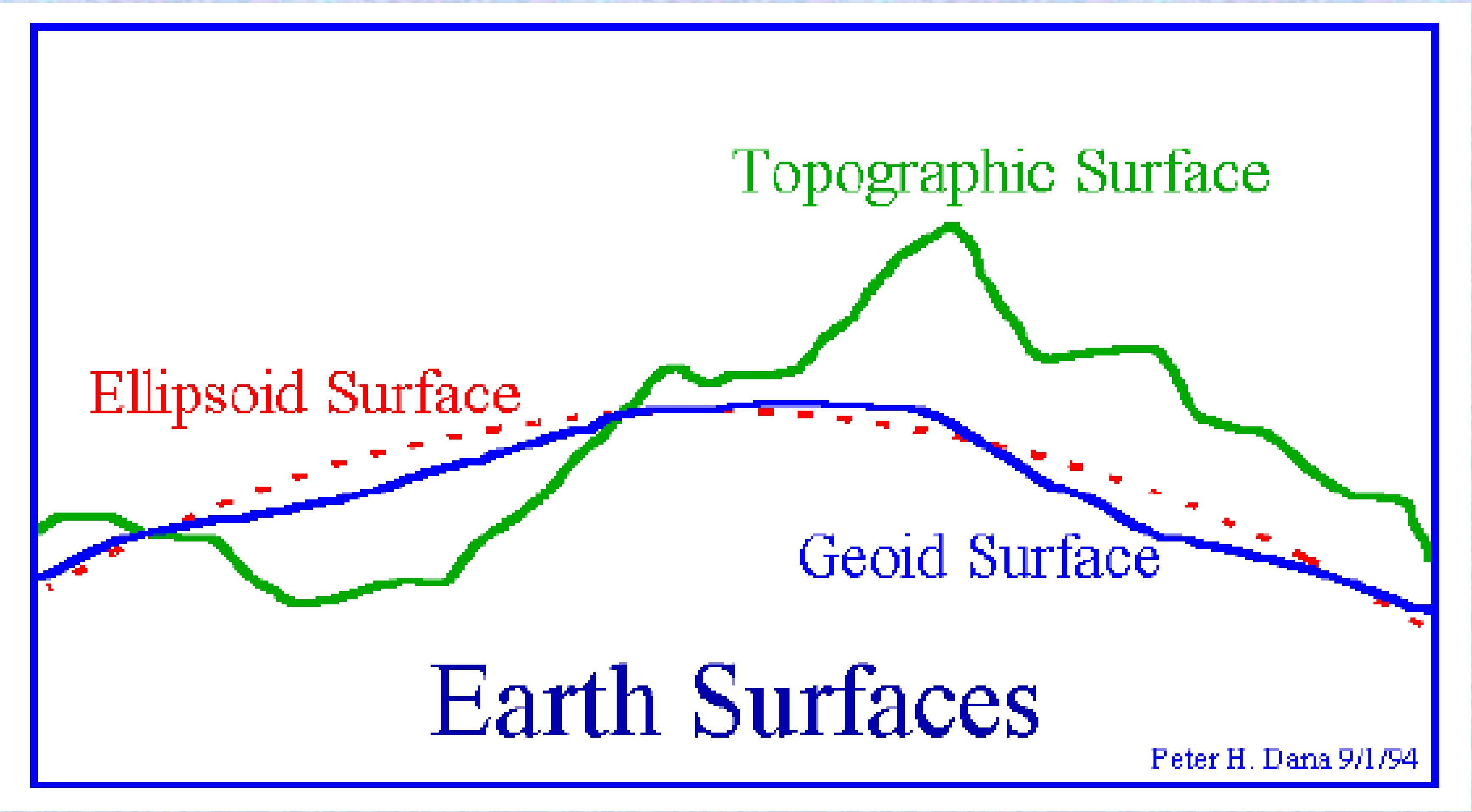
La superficie topografica è quella che effettivamente vediamo.

La superficie geoidica è quella connessa al livello medio marino.

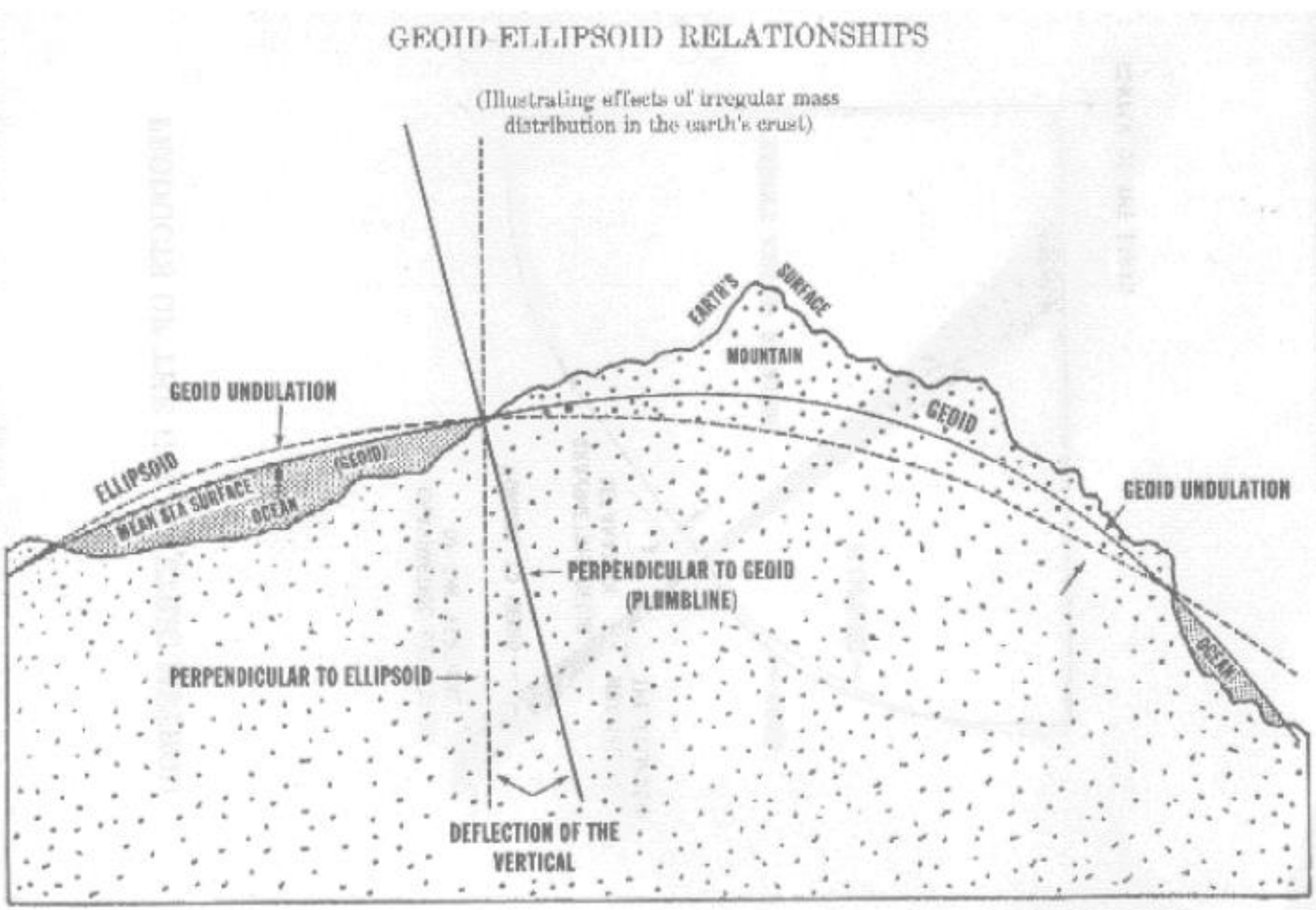
La superficie sferica è un’astrazione matematica che semplifica la forma effettiva della Terra con un modello per il quale si possono utilizzare facili equazioni e formule per svolgere una serie di calcoli (determinazione delle coordinate, delle distanze tra località, delle lunghezze di percorsi).

La superficie ellissoidica è ancora un’astrazione matematica, le cui formule però sono più complesse di quelle della sfera. La capacità di rappresentare l’effettiva forma della Terra è migliore.

# Forma della Terra - Confronti



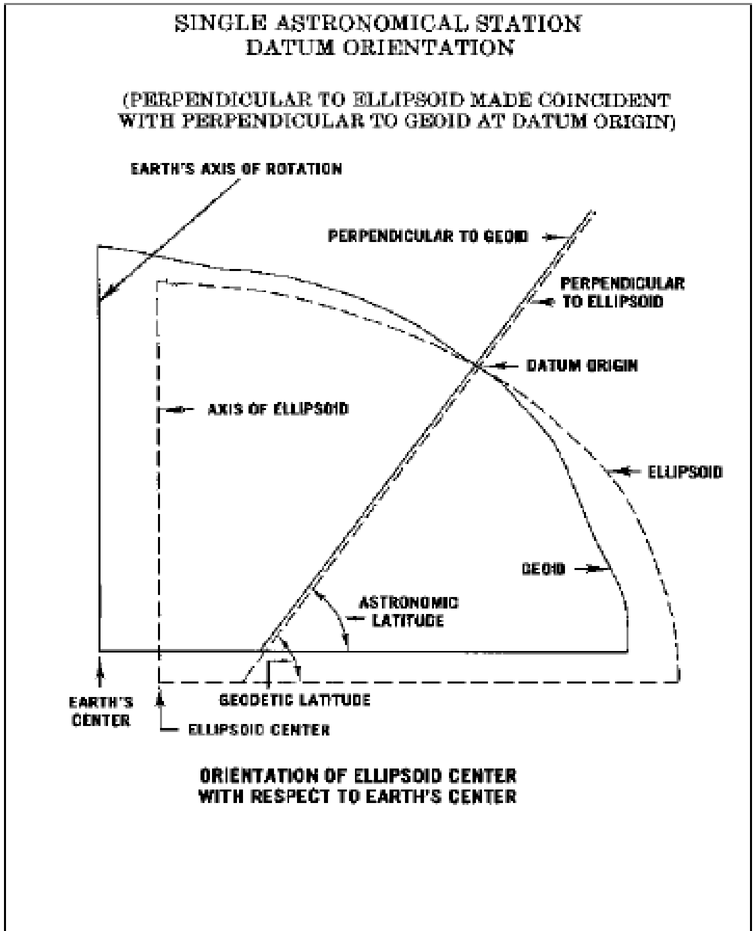
# Superfici topografica, geoidica ed ellissoidica




La normale al geoide, detta verticale, coincidente con la direzione del filo a piombo, non necessariamente coincide con la normale ovvero perpendicolare all'ellissoide. L'angolo tra le due normali si chiama deflessione della verticale.

O anche deviazione della vertical

# Orientamento ellissoide locale I




L'ellissoide può essere orientato rispetto al geoide in modo che in un certo punto sia garantita la tangenza tra le due superfici e la coincidenza tra la verticale geoidica e la normale ellissoidica (orientamento forte). La cartografia prodotta proiettando sul piano tale superficie ellissoidica risulterà particolarmente affidabile per tutto il territorio circostante il punto di tangenza.

# Orientamento ellissoide locale II

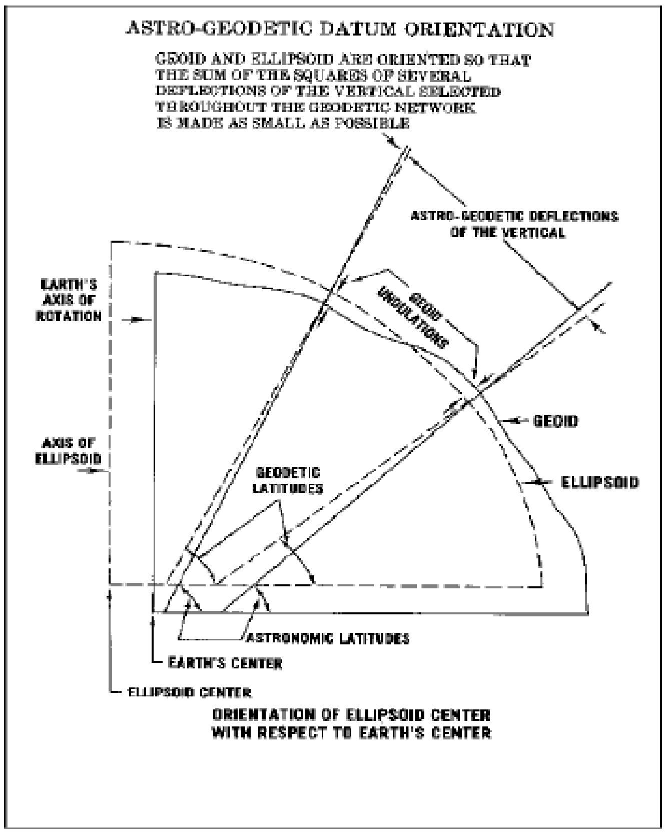
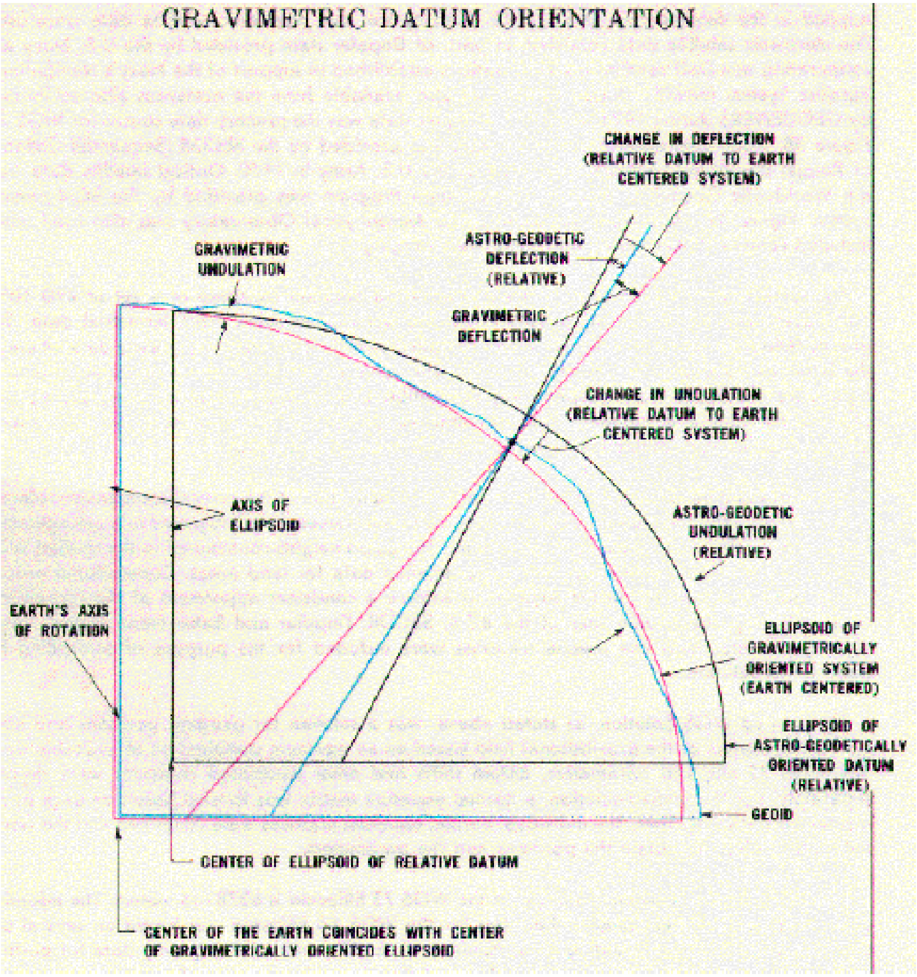



Figure 16

L'ellissoide può essere orientato rispetto al geoide in modo che non vi sia un punto in cui sia garantita la tangenza tra le due superfici, e in cui si abbia la coincidenza tra la verticale geoidica e la v normale ellissoidica, ma si abbia piuttosto una posizione reciproca per cui gli scarti tra le due superfici risultino minimi per una vasta estensione di territorio (orientamento debole, o medio). La cartografia prodotta proiettando sul piano tale superficie ellissoidica risulterà sufficientemente affidabile per un vasto territorio circostante il punto di contatto, pur non avendo le caratteristiche di precisione tipiche di un sistema geodetico locale con orientamento forte.

# Ellissoide geocentrico




L'ellissoide può essere orientato rispetto al geoide in modo che vi sia coincidenza tra il centro dell'ellissoide ed il centro di massa del geoide, e quindi non sia garantita la tangenza tra le due superfici e non si abbia alcun punto in cui sia imposta la coincidenza tra la verticale geoidica e la verticale ellissoidica. L'ellissoide, geocentrico, risulta il miglior sistema di riferimento per l'intero pianeta (orientamento geocentrico o globale). La cartografia prodotta proiettando sul piano tale superficie ellissoidica non risulterà ottimale, ma consente di disporre di un unico sistema di riferimento per l'intero pianeta. Diventa indispensabile studiare gli scarti tra ellissoide e geoide (ondulazioni).

# Datum

La scelta della forma dell'ellissoide e il suo orientamento (vedi fig.1.8) rispetto al geoide (ovvero rispetto alla superficie fisica della terra) prende nome di DATUM per cui, nel susseguirsi degli anni, si sono avute diverse soluzioni di DATUM locali (vedi D07).

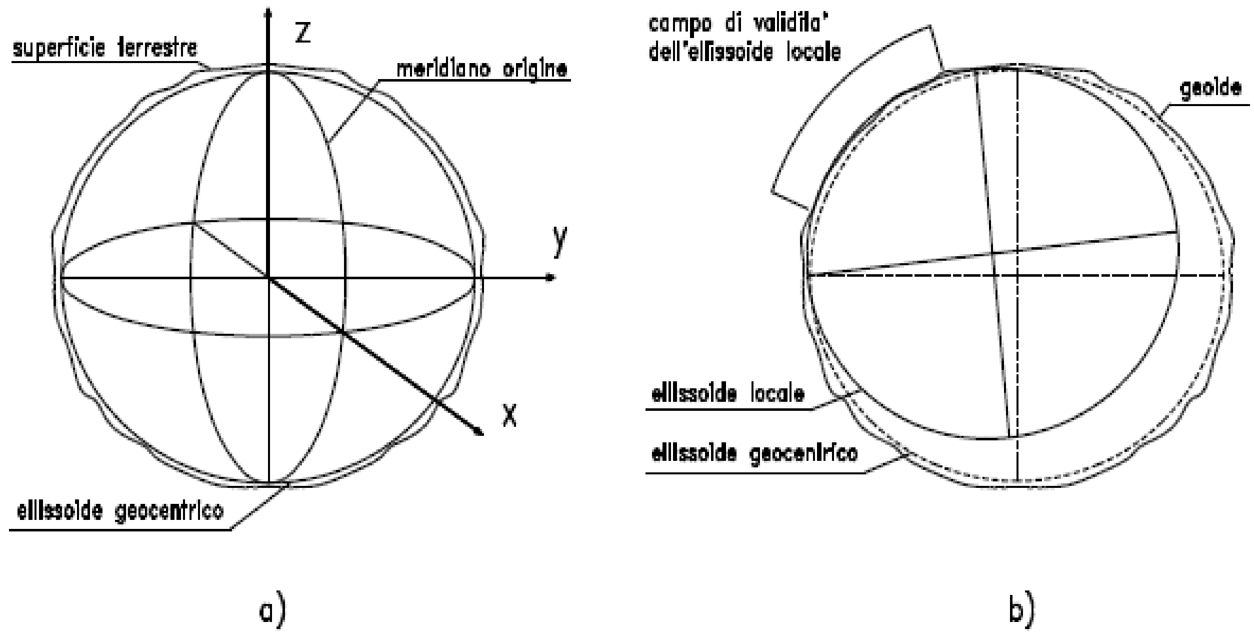



**Fig.1.8 – sistemi di riferimento: a) globale - b)locale**

Recentemente, grazie alle misure da satellite si tende a estendere l'impiego di un DATUM globale, tale cioè da costituire una unica superficie di riferimento per tutto il pianeta, consentendo una cartografia regionale perfettamente integrata con quella mondiale.

Naturalmente l'ellissoide locale è più vicino alla superficie del geoide mentre gli scostamenti (ondulazioni) tra ellissoide geocentrico e geoide sono più marcati (fig.1.9).

# Datum

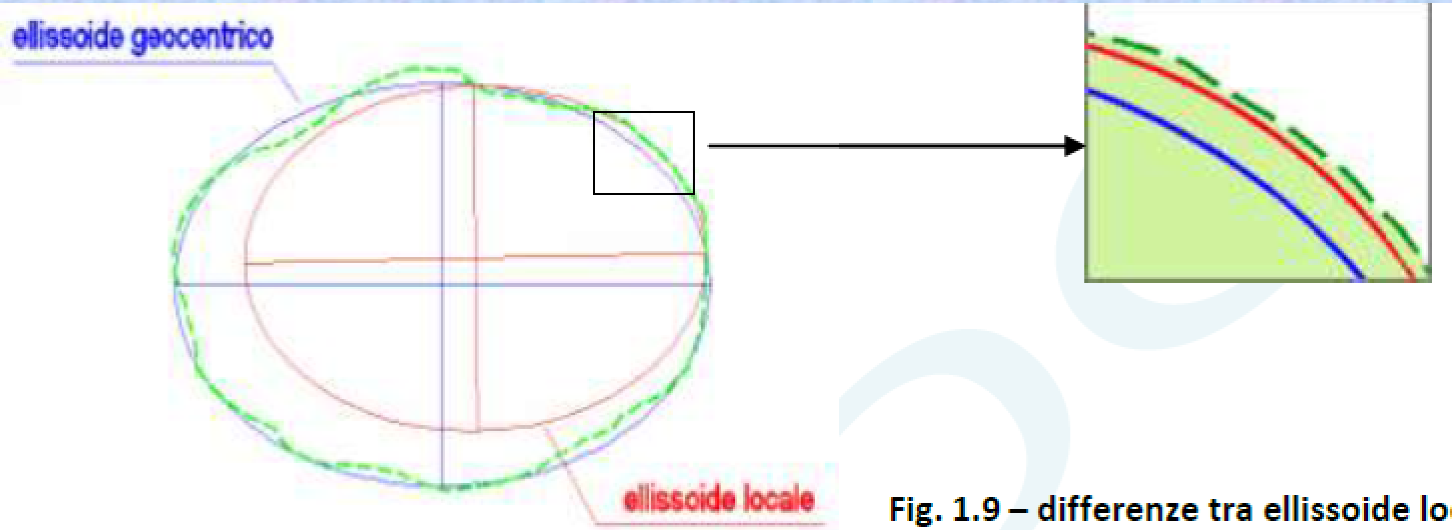



Fig. 1.9 – differenze tra ellissoide locale e globale

Il DATUM è rappresentato dai parametri (in genere 8) necessari ad individuare la forma e la posizione della superficie di riferimento relativamente a dei punti materializzati sulla superficie della terra. Nel caso dell'ellissoide italiano (Roma40) si ha:

- 2 valori per la forma ( $a$ e $f$ )

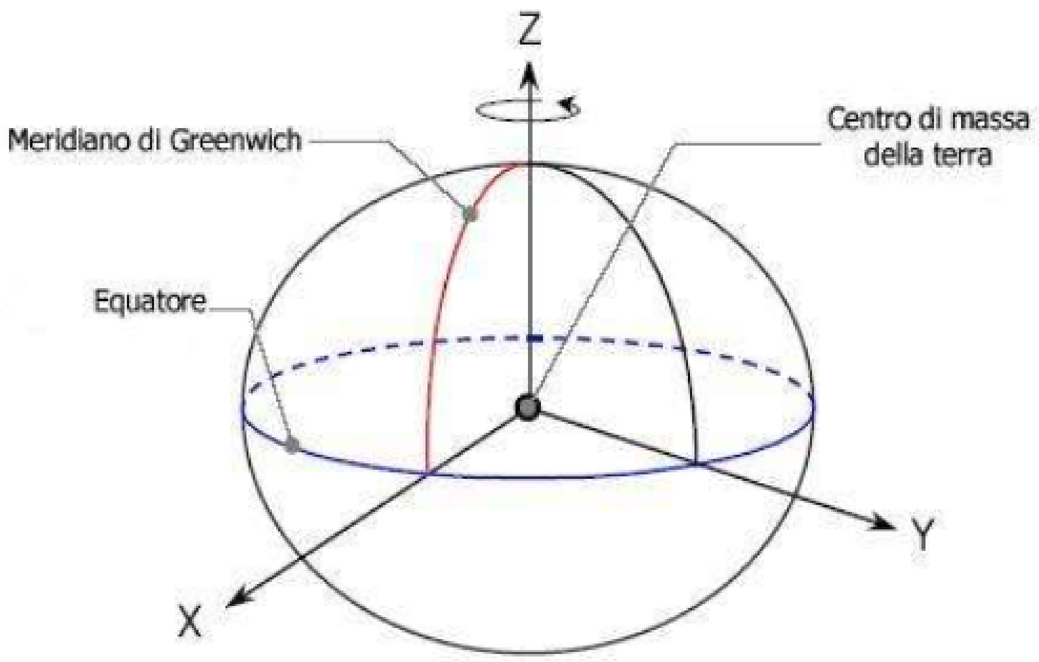
più altri 6 valori per indicarne la posizione (i 6 gradi di libertà di un corpo solido nello spazio)

- 3 valori per definire le coordinate alto-geografiche ($\varphi$ , $\lambda$ e la quota H) di un punto della superficie fisica (es. M. Mario) in modo da vincolare ad esso l'ellissoide
- 2 valori per definire gli angoli di deviazione della verticale nel punto considerato dalla retta normale (nel piano meridiano e nella direzione ortogonale)
- 1 valore che esprime l'angolo di direzione del meridiano locale rispetto alla congiungente un secondo punto materializzato e visibile dal primo (es. M. Soratte)

# Datum

Nel caso di un DATUM globale i 6 parametri di posizione sono espressi non a partire da un punto della superficie fisica della terra, ma il loro significato è sostanzialmente equivalente. Il datum globale è infatti definito come:

un sistema terrestre convenzionale (CTS) costituito da un sistema cartesiano geocentrico (O,X,Y,Z) con l'origine nel centro di massa della Terra e la terna destrorsa degli assi orientata secondo parametri convenzionali (es. asse di rotazione terrestre convenzionale e meridiano di Greenwich, definiti dal BIH al 1984.0)




Ad esso viene poi associato un ellissoide centrato nell'origine O e asse di rotazione coincidente con Z.

Come si vede in fig. 1.10, se si cambia il DATUM, lo stesso punto P cambia nella sua definizione di posizione (coordinate alto-geografiche), come si può notare nella tabella (1.II) sottostante, relativa alla posizione della stazione permanente GPS di Prato (nodo della rete di stazioni GNSS permanenti EPN – vedi D02/D07).

# Datum

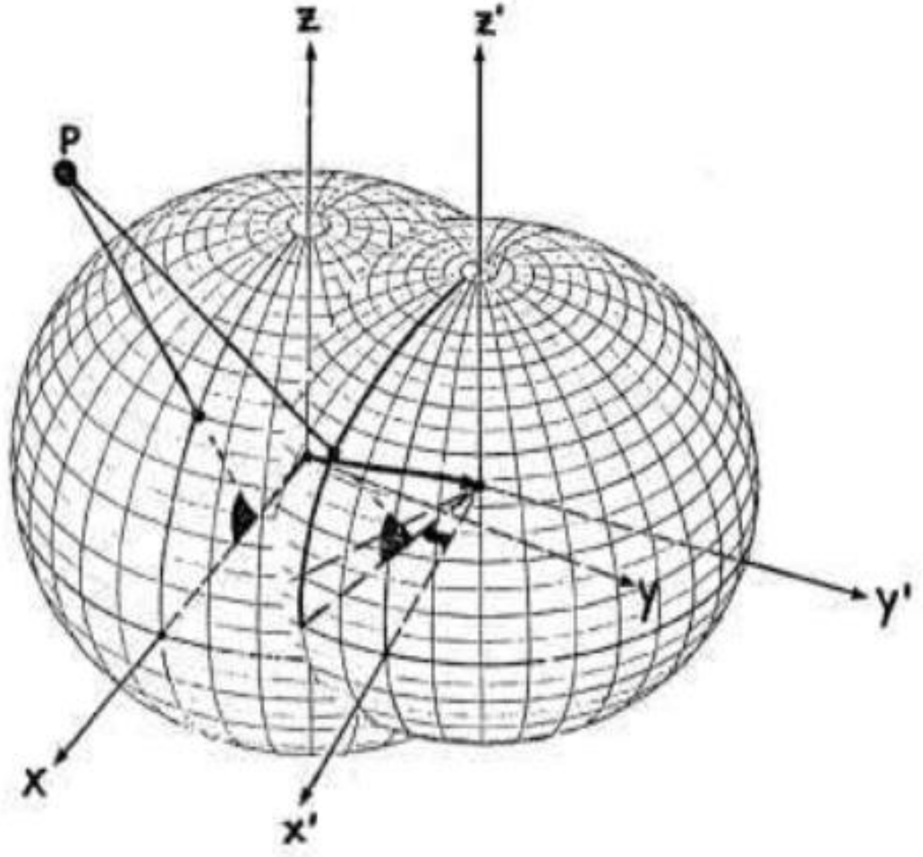



Fig. 1.10 – un punto P, al variare del DATUM, assume coordinate geografiche differenti

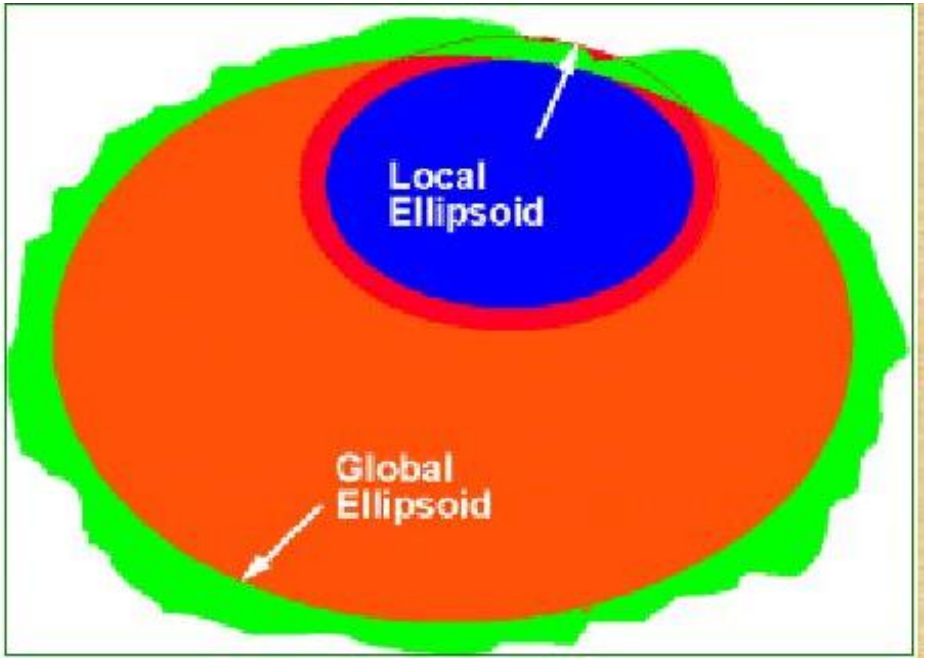
# Datum

Tab.1.II – variazioni delle coordinate alto-geografiche di PRAT nei diversi DATUM italiani

| DATUM | Latitudine φ | Longitudine λ | Quota ortometrica H (o Altezza ellissoidica h) |
|---|---|---|---|
| **Roma40** | 43° 53' 05.663" | -1° 21' 10.633" (*)<br>11° 05' 57.867" (**) | H = 75.01 m s.l.m. |
| **ED50** | 43° 53' 11.52" | 11° 06' 00.320" | H = 75.01 m s.l.m. |
| **ETRS89 – IGM95** | 43° 53' 08.0114" | 11° 05' 56.8452" | h = 119.90 m |
| **RDN – ETRF2000 (2008.0)** | 43° 53' 08.0146" | 11° 05' 56.8438" | h = 119.97 m |

(*) Riferita a Monte Mario - (**) riferita a Greenwich
Alla latitudine di PRAT 1" di latitudine equivale a 30.9 m e 1" di longitudine a 22.3 m

# Confronto ellissoide locale e globale



# Campo geodetico e campo topografico

Il rilievo dei punti che giacciono sulla superficie fisica della terra può essere talvolta riportato su superfici di riferimento differenti e più semplici di quella ellissoidica. In campi limitati l'ellissoide può essere infatti approssimato con la sfera osculatrice, cioè quella che meglio approssima l'ellissoide nel punto considerato; tale sfera prende il nome di **sfera locale;** il suo raggio (**R**) varia al variare della latitudine ed è pari alla media geometrica dei raggi di curvatura principali del'ellissoide (vedi [1.7]). Tale semplificazione è possibile, con errori trascurabili, in funzione della precisione della strumentazione impiegata, della precisione che si vuole ottenere nei risultati delle misure e in funzione della distanza tra i punti considerati: in generale, considerando sempre accettabile un errore relativo di $10^{-6}$ (±1 mm/ 1km = 1 ppm per le determinazioni planimetriche), si può impiegare la superficie sferica (**campo geodetico**) in un raggio di circa 110 km per le operazioni planimetriche e (almeno in linea teorica) di circa 10 km per quelle altimetriche - quando affronteremo le livellazioni trigonometriche chiariremo meglio questa affermazione. In campi ulteriormente limitati la superficie ellissoidica può essere approssimata anche con il **piano tangente** (**campo topografico**) tale approssimazione ha un campo di validità che può estendersi per circa 10 km in planimetria In altimetria tale campo è molto più ridotto e può variare (in base all'errore assoluto tollerabile) da 10 a 350 m (vedi par. successivo)".