

Corso di Sistemi Informativi Geografici/Laboratorio GIS

Corso di Cartografia Numerica e GIS

A.A. 2017-18

Esercitazione n. 2

1. 1. Considerando l'ellissoide di Hayford, calcolare il raggio della sezione meridiana e la gran normale nel punto P (45° 33' N, 10° 25' E). Calcolare anche il raggio del parallelo nello stesso punto.

Il raggio della sezione meridiana è dato da

$$\rho = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{3/2}}$$

dove φ è la latitudine ed “ e^2 ” è l'eccentricità quadra dell'ellissoide; λ non compare, quindi ρ è indipendente dalla longitudine.

La gran normale è data dalla formula:

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi)^{1/2}}$$

Anche N è indipendente dalla longitudine.

Il raggio del parallelo è dato da:

$$r_p = N \cos \varphi$$

Le operazioni possono essere agevolmente eseguite con l'ausilio di un foglio di calcolo (Excel).

Per applicare tali formule occorrono i parametri dell'ellissoide di riferimento. Si riportano di seguito i parametri dell'ellissoide di Hayford e del WGS84.

Ellissoide	semiasse maggiore	eccentricità quadra
Hayford	$a = 6378388 \text{ m}$	$e^2 = 0,006722670022333$
WGS84	$a = 6378137 \text{ m}$	$e^2 = 0,0066943800$

Considerando che per l'ellissoide di Hayford si ha: $a = 6378388 \text{ m}$, $e^2 = 0,006722670022333$

si ricava:

$$\rho = \text{m } 6368205,066$$

$$N = \text{m } 6389341,898$$

$$r_p = \text{m } 4474370,316$$

2. Si consideri l'ellissoide di Hayford. Calcolare l'arco di parallelo tra due punti aventi le seguenti coordinate:

P ($45^\circ 33' \text{ N}$, $10^\circ 25' \text{ E}$), Q ($45^\circ 33' \text{ N}$, $10^\circ 25' 01'' \text{ E}$)

I due punti hanno la stessa latitudine, quindi sono sullo stesso parallelo.

Per calcolare l'arco di parallelo che li separa, si calcola anzitutto la differenza tra le due longitudini dopo averle trasformate in sessadecimali:

$$\Delta\lambda_{PQ} = \lambda_P - \lambda_Q = 0,00027778^\circ$$

Si calcola poi la lunghezza dell'intero parallelo (il raggio del parallelo alla latitudine data è stato già calcolato nel precedente esercizio):

$$l_p = r_p * 2\pi = 4474370,316 \text{ m} * 6,28 = \dots$$

Si divide la lunghezza del parallelo per 360, così da avere la lunghezza di parallelo corrispondente ad 1° e si moltiplica tale valore unitario per la differenza:

$$\text{lunghezza arco di } 1 \text{ grado} = \text{lunghezza parallelo} / 360$$

$$L_{PQ} = \text{lunghezza arco PQ} = \Delta\lambda_{PQ} * \text{lunghezza arco di } 1 \text{ grado} = \text{m } 21,692.$$

3. A partire dall'ellissoide di Hayford, calcolare il raggio della sfera locale in relazione al punto Q ($45^\circ 33' \text{ N}$, $20^\circ 25' \text{ E}$)

La formula da applicare è la seguente:

$$R_{\text{sfera locale}} = (\rho * N)^{1/2}$$

Occorre quindi calcolare i valori del raggio dell'ellisse (o sezione) meridiana e della gran normale nel punto Q.

Poiché il punto considerato ha la stessa latitudine del punto P dell'esercizio 1 e poiché N e ρ dipendono solo dalla latitudine, tali grandezze sono già state calcolate. Di conseguenza

$$R = \sqrt{6368205,066 * 6389341,898} \text{ m} = 6378764,727$$

Esercizi proposti

Considerando l'ellissoide di Hayford, calcolare il raggio della sezione meridiana e la gran normale nel punto P (36° 33' N, 12° 25' E). Calcolare anche il raggio del parallelo nello stesso punto.

A partire dall'ellissoide WGS84, calcolare il raggio della sfera locale in relazione al punto P (60° 25' N, 21° 27' E)

Considerare l'ellissoide di Hayford e il punto P (70° 30' N, 75° 15' W) appartenente ad esso. Trovare la differenza tra il raggio del parallelo sull'ellissoide e il raggio del parallelo sulla sfera locale che passa per P.

Considerando l'ellissoide WGS84, trovare la distanza tra il Punto P (20° 45' S, 25° 15' W) e il polo Nord. Calcolare la differenza tra tale distanza e quella analoga nel caso in cui il punto P appartenga alla sfera di raggio pari a 6375 km.

Questo ultimo esercizio richiederebbe, per la definizione della distanza di P dal Polo Nord sul modello ellissoidico, l'applicazione di una procedura rigorosa non trattata nel corso. Si può risolvere il calcolo di tale distanza ricorrendo all'approssimazione della terra con il modello sferico. Si consideri dunque il raggio della sfera locale nel punto P e si confronti poi il risultato con quello ottenuto dal modello sferico con il raggio pari a 6375 km, come richiesto dalla seconda parte dell'esercizio.

Si fa comunque notare che il modello della sfera locale in questo caso è comunque una soluzione approssimata perché la distanza richiesta è considerevole, estendendosi dal polo Nord al punto P che si trova nell'emisfero australe. La sfera locale è da preferirsi per intorni del punto considerato del valore di 100-120 km.