



Università degli Studi di Napoli "Parthenope"
Dipartimento di Scienze e Tecnologie

Corso di Cartografia Numerica e GIS
Corso di Sistemi Informativi Geografici + Laboratorio GIS

Lezione 8

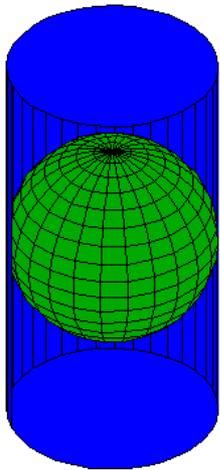
Le proiezioni cilindriche

La Carta di Mercatore e la Carta di Gauss

Claudio Parente

Proiezioni CILINDRICHE

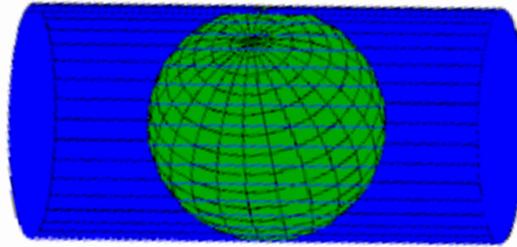
Peter H. Dana 10/01/94



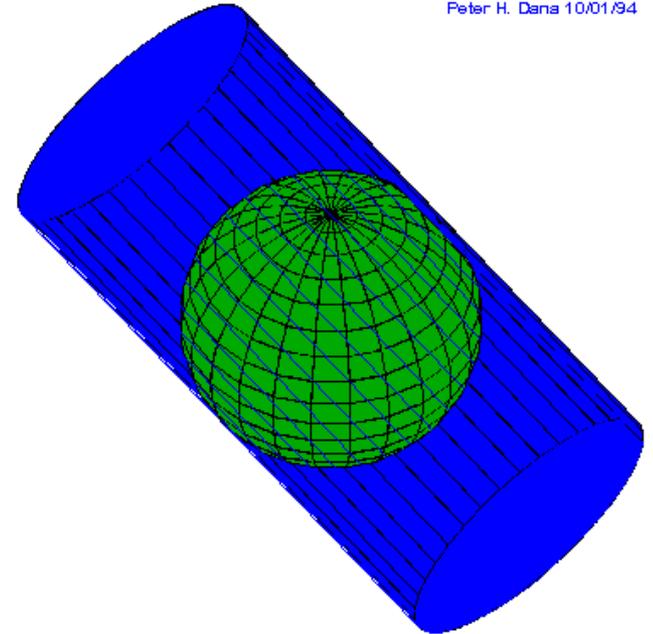
Peter H. Dana 9/20/94

Cylindrical Projection Surface

Peter H. Dana 10/01/94



**Transverse Cylindrical
Projection Surface**

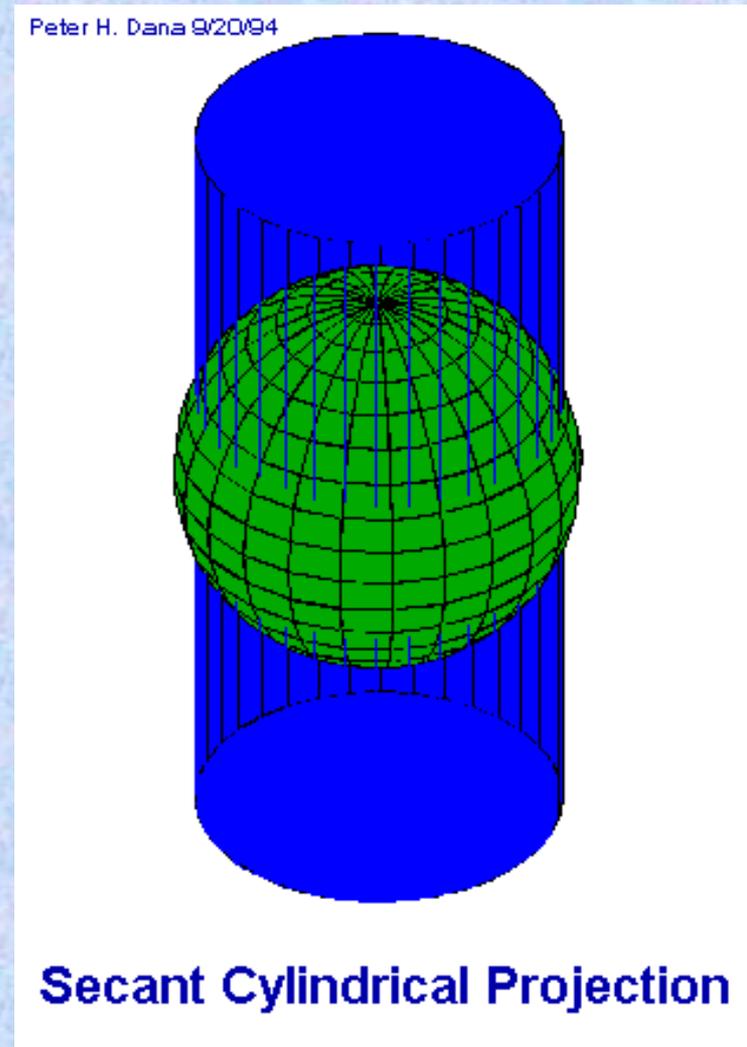
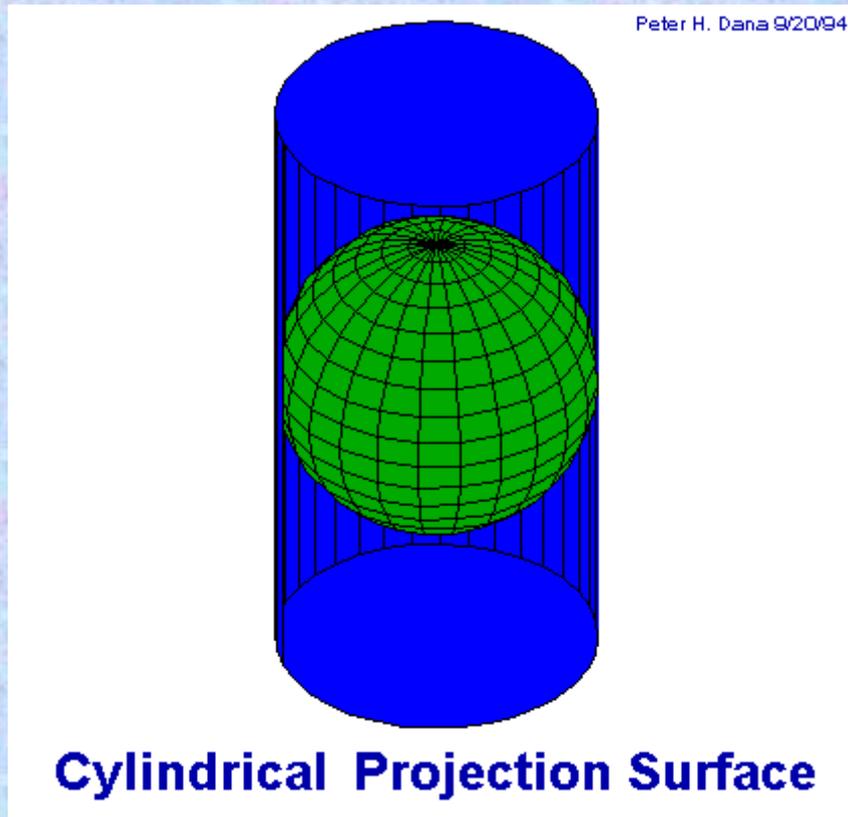


**Oblique Cylindrical
Projection Surface**

Si utilizza il cilindro come superficie ausiliare su cui proiettare la superficie terrestre. Poi si svolge il cilindro sul piano cartografico.

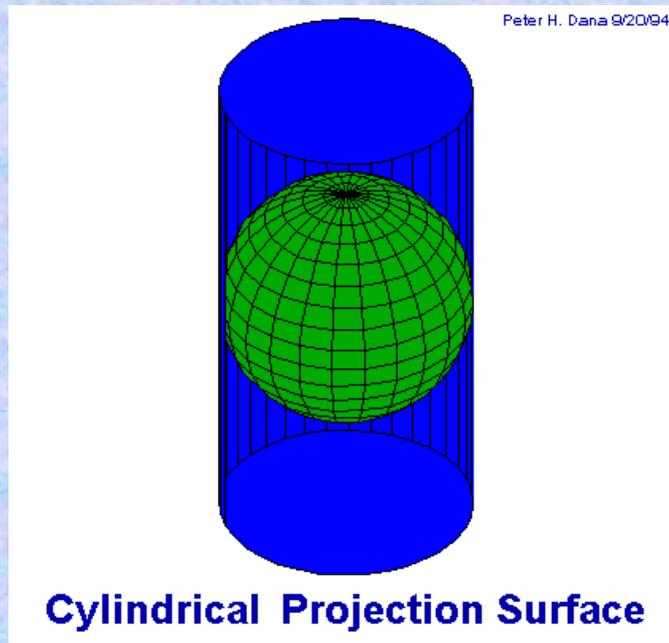
Il cilindro può assumere posizioni differenti rispetto alla terra: asse del cilindro coincidente con l'asse di rotazione terrestre, perpendicolare ad esso oppure disposto in maniera obliqua rispetto ad esso.

Proiezioni CILINDRICHE dirette

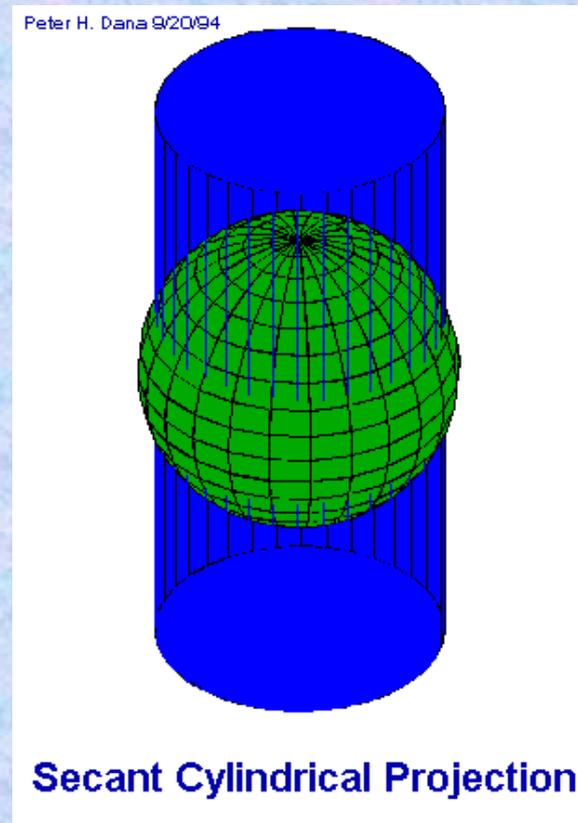


L'asse del cilindro è coincidente con l'asse di rotazione terrestre.
Il cilindro può essere tangente alla terra (all'equatore) o secante alla terra (due paralleli standard).

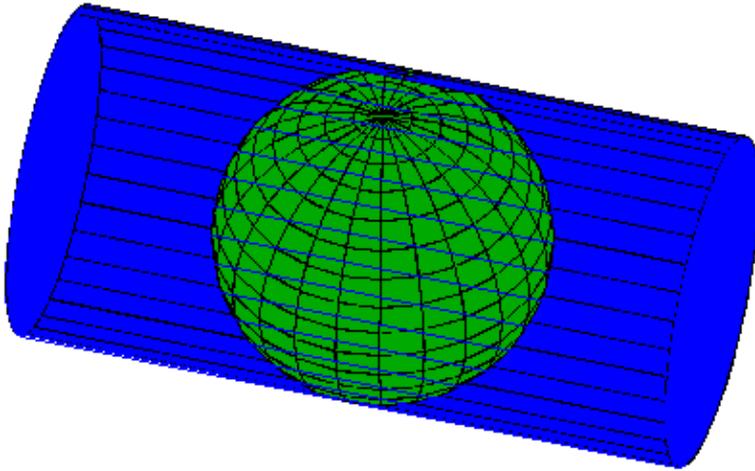
Se le linee della latitudine e longitudine sono proiettate sulla parte interna del cilindro, si ottiene un reticolo di linee rette che si incrociano tra loro. I meridiani sono regolarmente spazati, invece i paralleli rimangono paralleli anch'essi ma non presentano una spaziatura regolare.



tangenti o secanti l'equatore, chiamate regolari o normali



Peter H. Dana 10/01/94

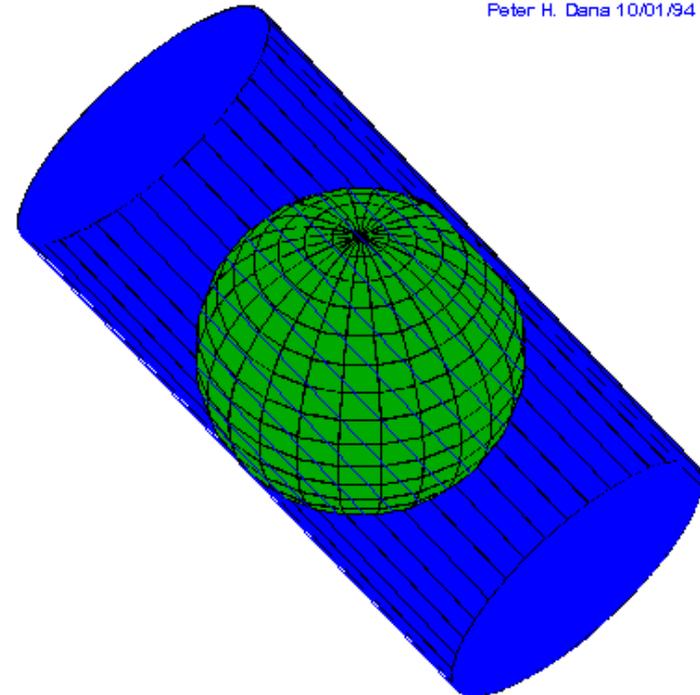


**Transverse Cylindrical
Projection Surface**

tangenti o secanti un meridiano
(traverse)

tangenti o secanti un altro
cerchio massimo
(oblique)

Peter H. Dana 10/01/94



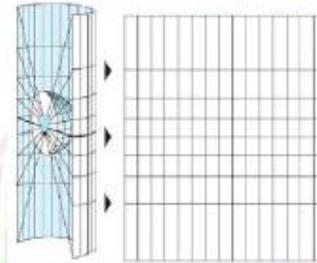
**Oblique Cylindrical
Projection Surface**

Proiezioni cartografiche

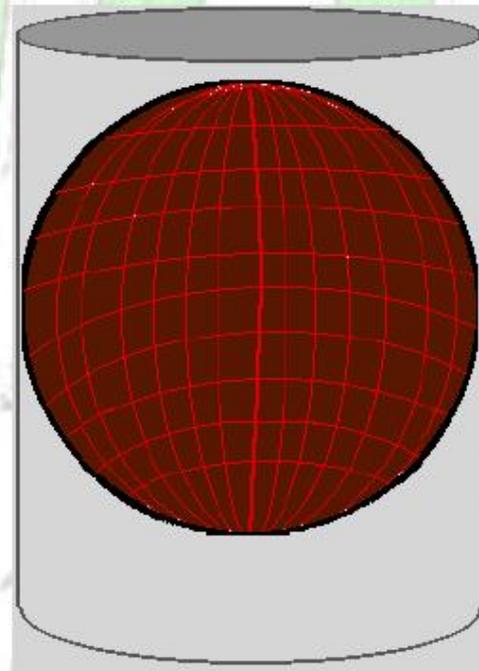
- Proiezioni cilindriche -

DIRETTA

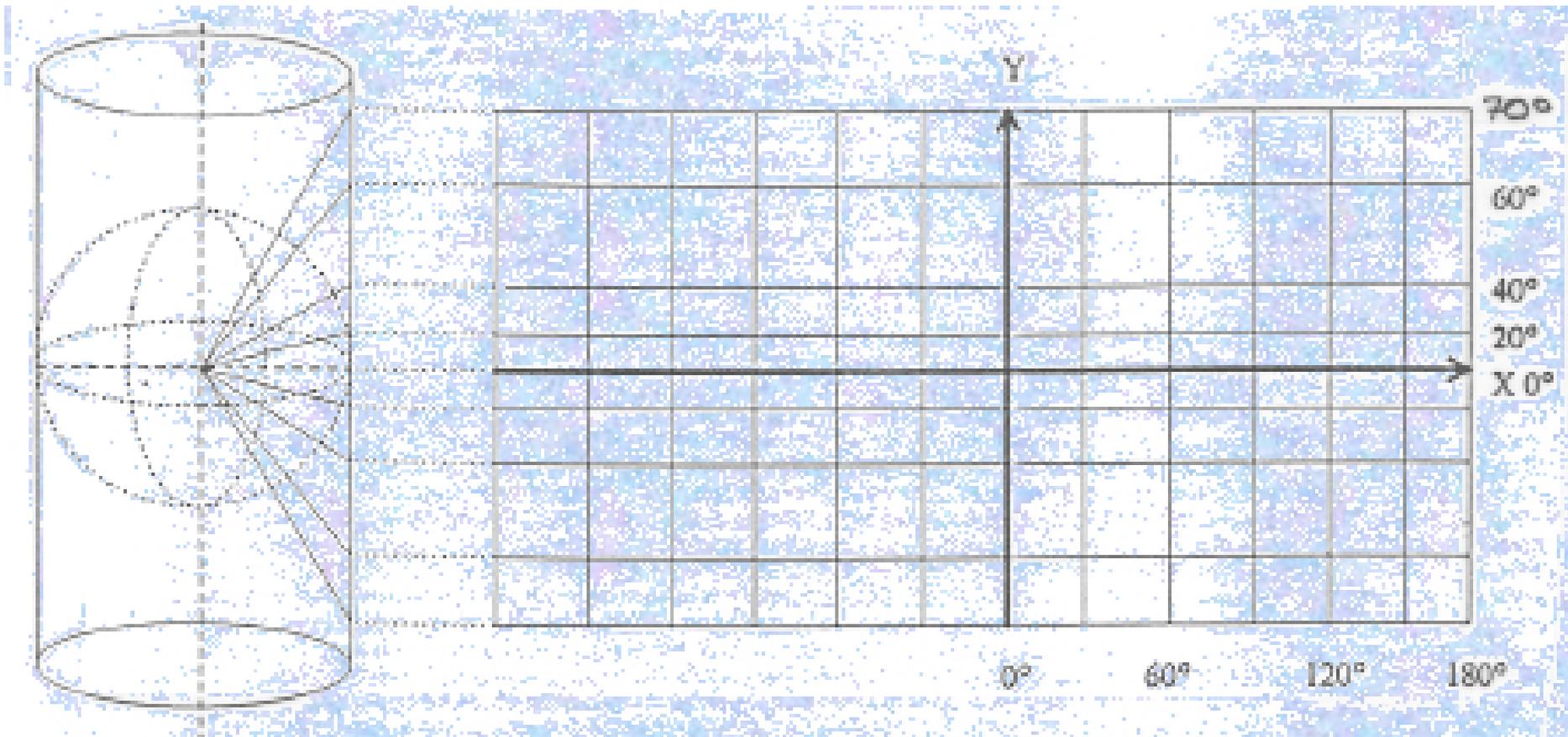
- ◆ Il cilindro è tangente all'equatore ed il centro di proiezione P è situato al centro



DIRETTA



Carte cilindriche dirette



La carta di Mercatore

La carta di Mercatore invece è una *carta analitica*, ovvero le sue relazioni di corrispondenza derivano esclusivamente da considerazioni analitiche.

La carta di essere *conforme* e cioè *conserva gli angoli*.

Di conseguenza l'angolo tra due direzioni qualsiasi uscenti da un punto della superficie terrestre è uguale all'angolo formato, sulla carta, nel corrispondente punto immagine tra le trasformate delle suddette direzioni.

Le relazioni di corrispondenza nella rappresentazione di Mercatore

La rappresentazione di Mercatore, alla base anche della produzione dell'Istituto Idrografico della Marina e quindi delle carte nautiche, è caratterizzata, supponendo la terra di forma ellissoidica, dalle seguenti relazioni di corrispondenza:

$$x = a\lambda$$
$$y = a \ln \left[\left(\frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{\frac{e}{2}} \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

avendo indicato con \ln il logaritmo neperiano, con a il raggio equatoriale dell'ellissoide e con e l'eccentricità dell'ellissoide espressa da:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

La carta di Mercatore

- Modulo di deformazione lineare:

$$m = \frac{(1 - e \sin \varphi)^2}{\cos \varphi}$$

φ	m
0°	1.00
10°	1.01
20°	1.06
40°	1.30
60°	1.99
80°	5.74

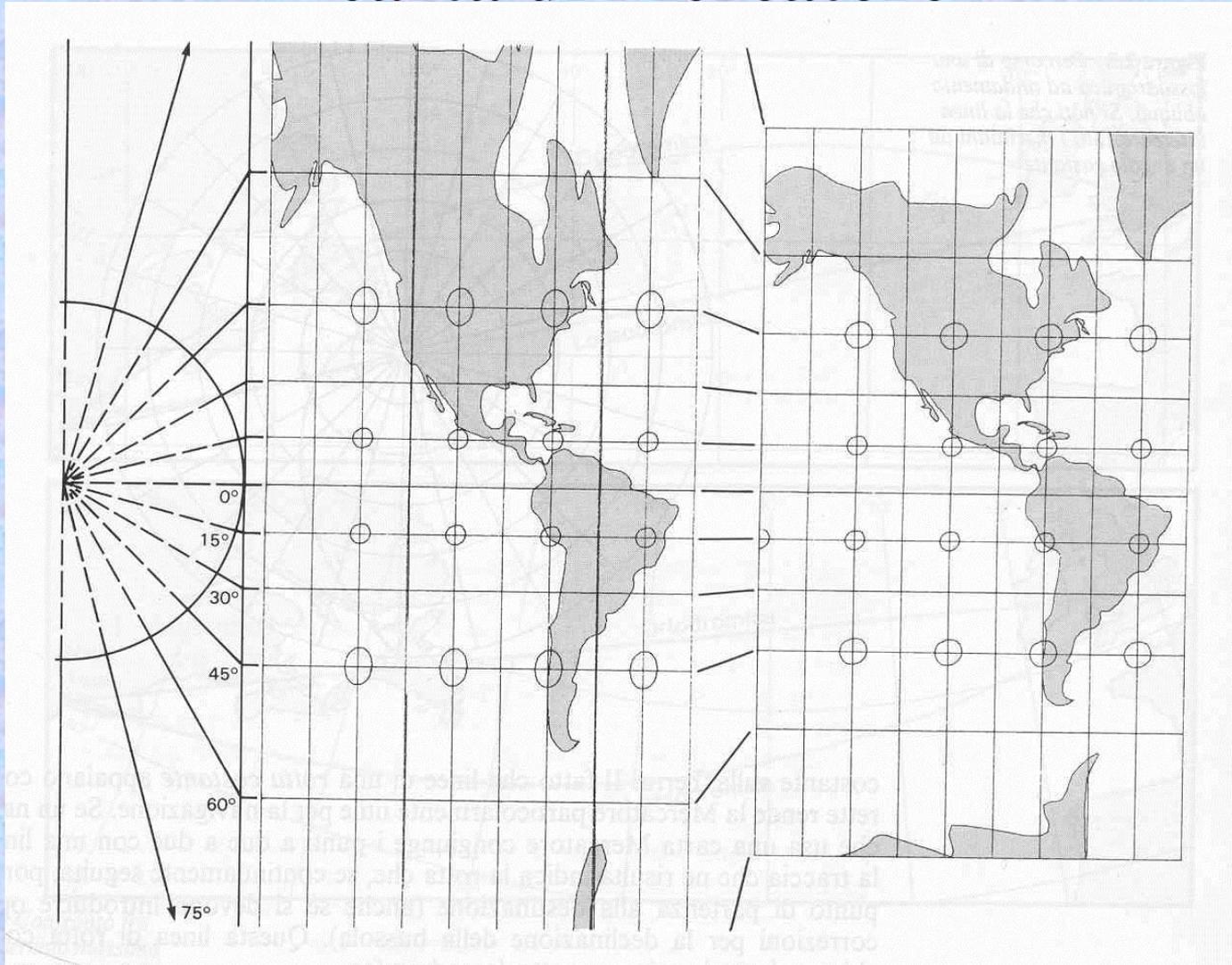
Per $\varphi=0^\circ$, $m=1$ ovvero l'equatore è una linea automecoica.

La rappresentazione di Mercatore

La **rappresentazione di Mercatore** fu introdotta nel 1569 e come recita lo stesso titolo (*Nova et aucta orbis terrae descriptio ad usum navigantium emendata*), si tratta di una carta del mondo rivolta all'impiego per la navigazione.

I paralleli sono linee rette tra loro parallele e perpendicolari ai meridiani, anch'essi individuati da rette parallele: mentre i meridiani sono equidistanziati, la spaziatura tra i paralleli aumenta procedendo dall'equatore verso i poli. La carta è conforme e consente di tracciare le rotte lossodromiche (cioè ad angolo costante rispetto ai meridiani) come linee rette.

Confronto tra proiezione cilindrica diretta e carta di Mercatore



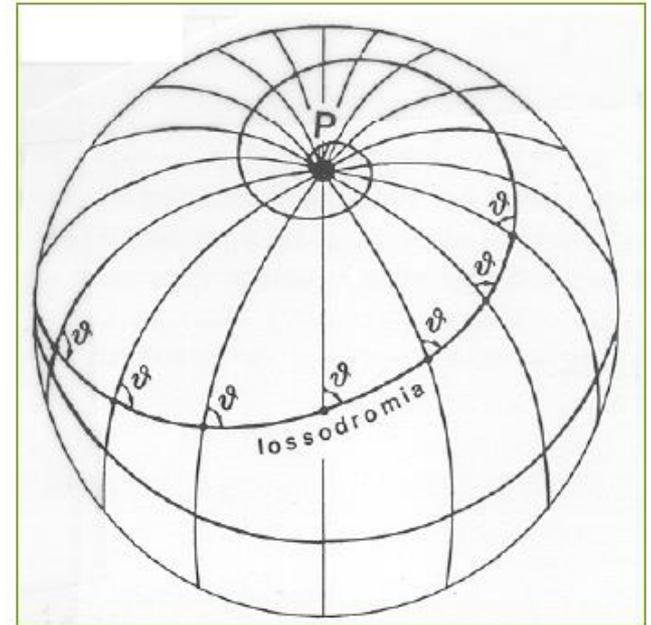
La carta di Mercatore può considerarsi come derivata dalla cilindrica diretta attraverso compressione lungo i meridiani al fine di rendere la carta isogona

Lossodromia

E' (per definizione) la linea che interseca i meridiani con un **angolo (azimut) costante**.

Nella figura è rappresentata una lossodromia sulla sfera.

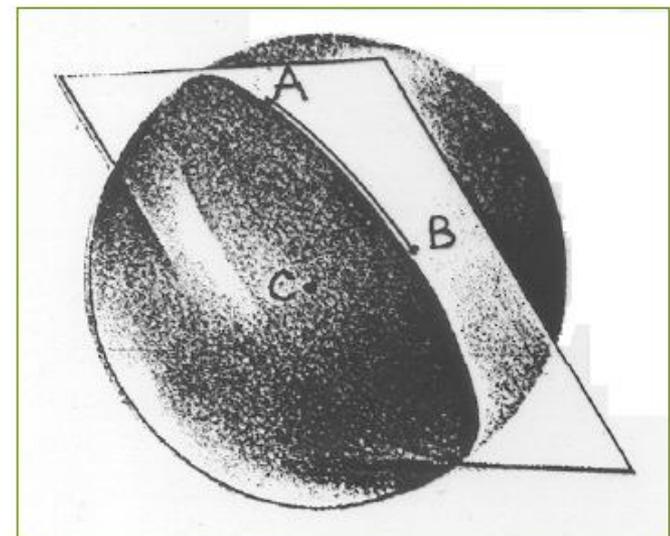
Nella carta di Mercatore, la lossodromia viene trasformata in una **linea retta** (utile per la navigazione).



Ortodromia

La linea di **minima distanza** fra due punti A e B è chiamata ortodromia.

Viene individuata grazie al piano passante per A, B e il centro della terra C. Tale piano individua un cerchio massimo.



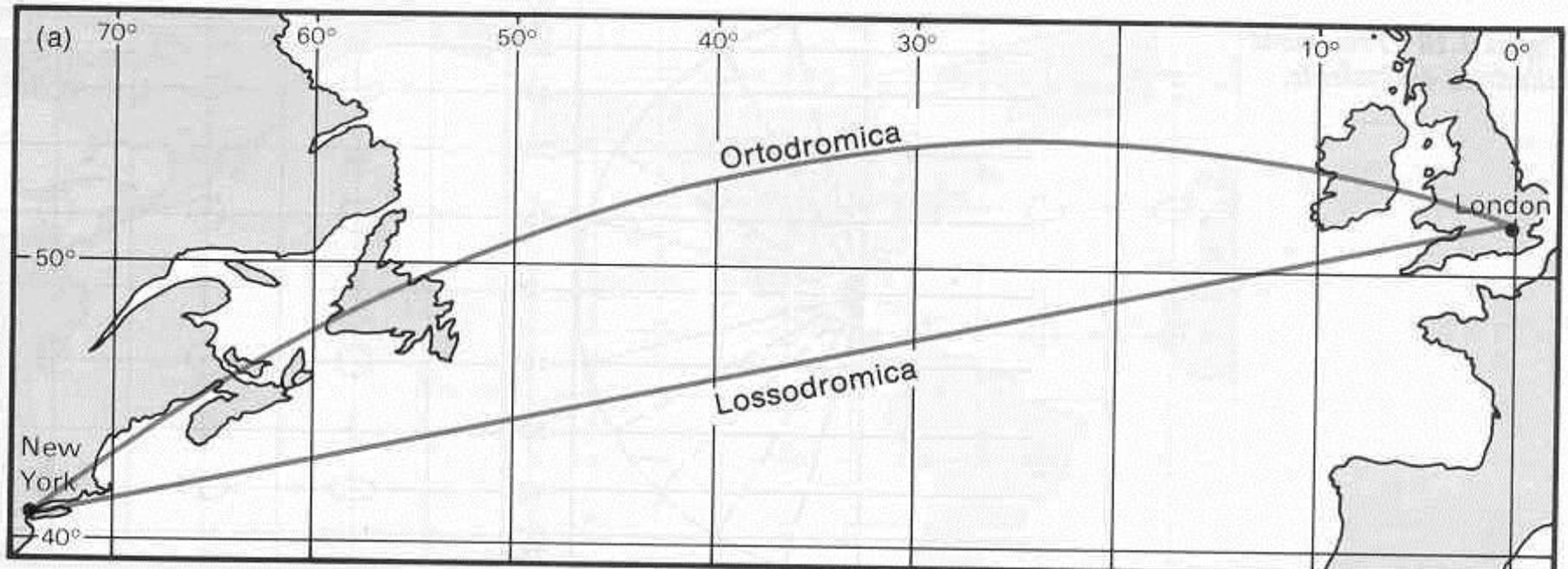
Ortodromia (geodetica): percorso più breve tra due punti sulla superficie di riferimento.

Una rotta di navigazione che sia una geodetica, presenterebbe azimut continuamente variabile.

Lossodromia: linea che taglia i meridiani secondo un'azimut costante. Non è la linea di minor cammino. Ha però il vantaggio di non variare l'angolo di rotta nella navigazione.

Ortodromia e lossodromia

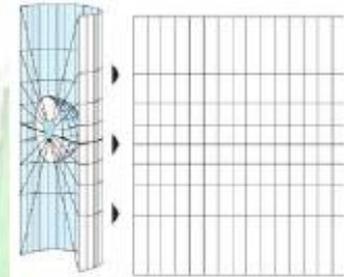
Ortodromia e lossodromia su carta di Mercatore: la lossodromia viene «rettificata».



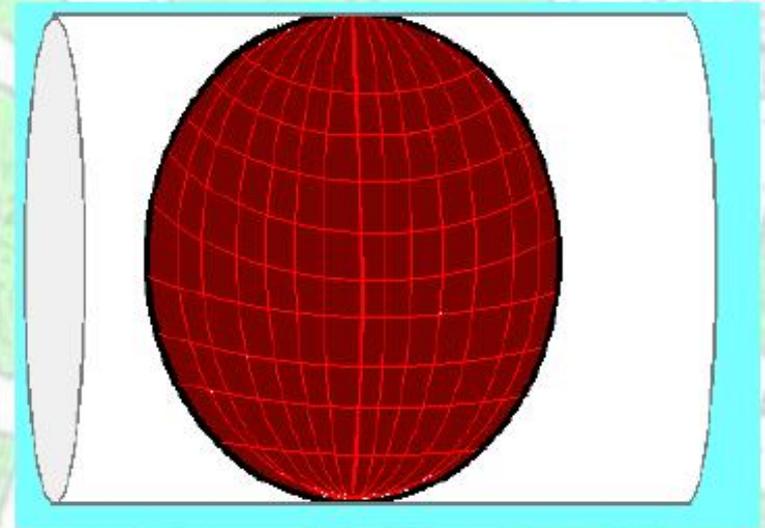
Proiezioni cartografiche

■ **Proiezioni cilindriche - TRASVERSA**

- ◆ Il cilindro è tangente lungo un meridiano ed il centro di proiezione P è situato al centro dell'ellissoide



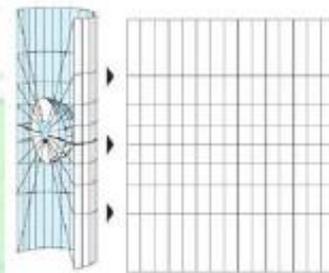
TRASVERSA



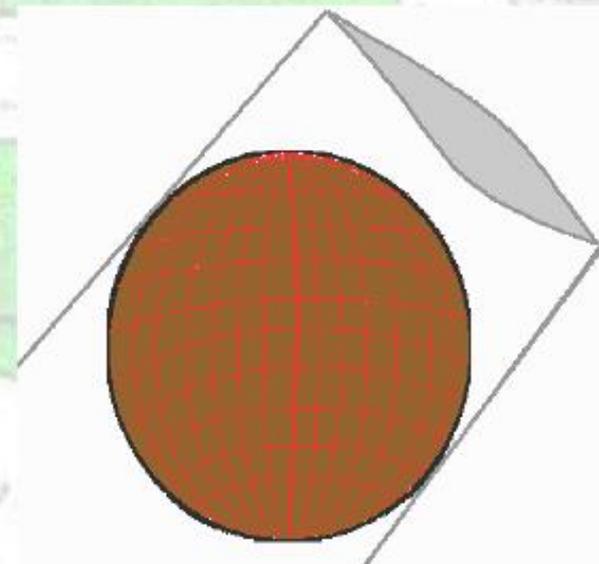
Proiezioni cartografiche

- **Proiezioni cilindriche -
OBLIQUA**

- ◆ L'asse del cilindro assume una posizione intermedia tra quelle assunte dalle proiezioni diretta ed inversa (o trasversa)

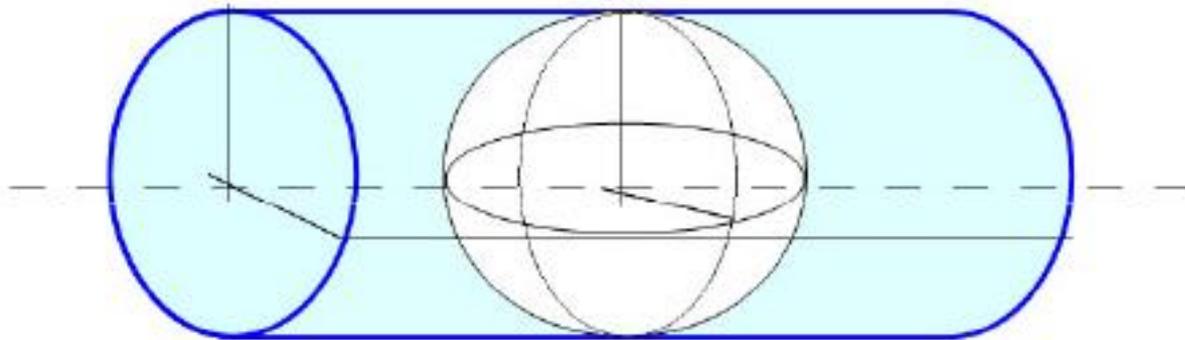


OBLIQUA



La rappresentazione di Gauss

Si tratta di carta analitica, ma può considerarsi una modifica della proiezione Cilindrica inversa (o trasversa).



- ideata da Karl F. Gauss (1777 – 1855)
- successivamente modificata da altri geodeti (Krüger, Boaga)
- utilizzata nel sistema cartografico internazionale UTM (Universal Transverse Mercator)
- utilizzata in molti sistemi cartografici nazionali (anche in Italia)

La rappresentazione di Gauss

- molto diffusa in tutto il mondo, permette per via puramente analitica di passare dalle coordinate ellissoidiche $P(\varphi, \lambda)$ alle coordinate $P'(N, E)$ di un sistema cartografico cartesiano piano, mediante due **formule di trasformazione**

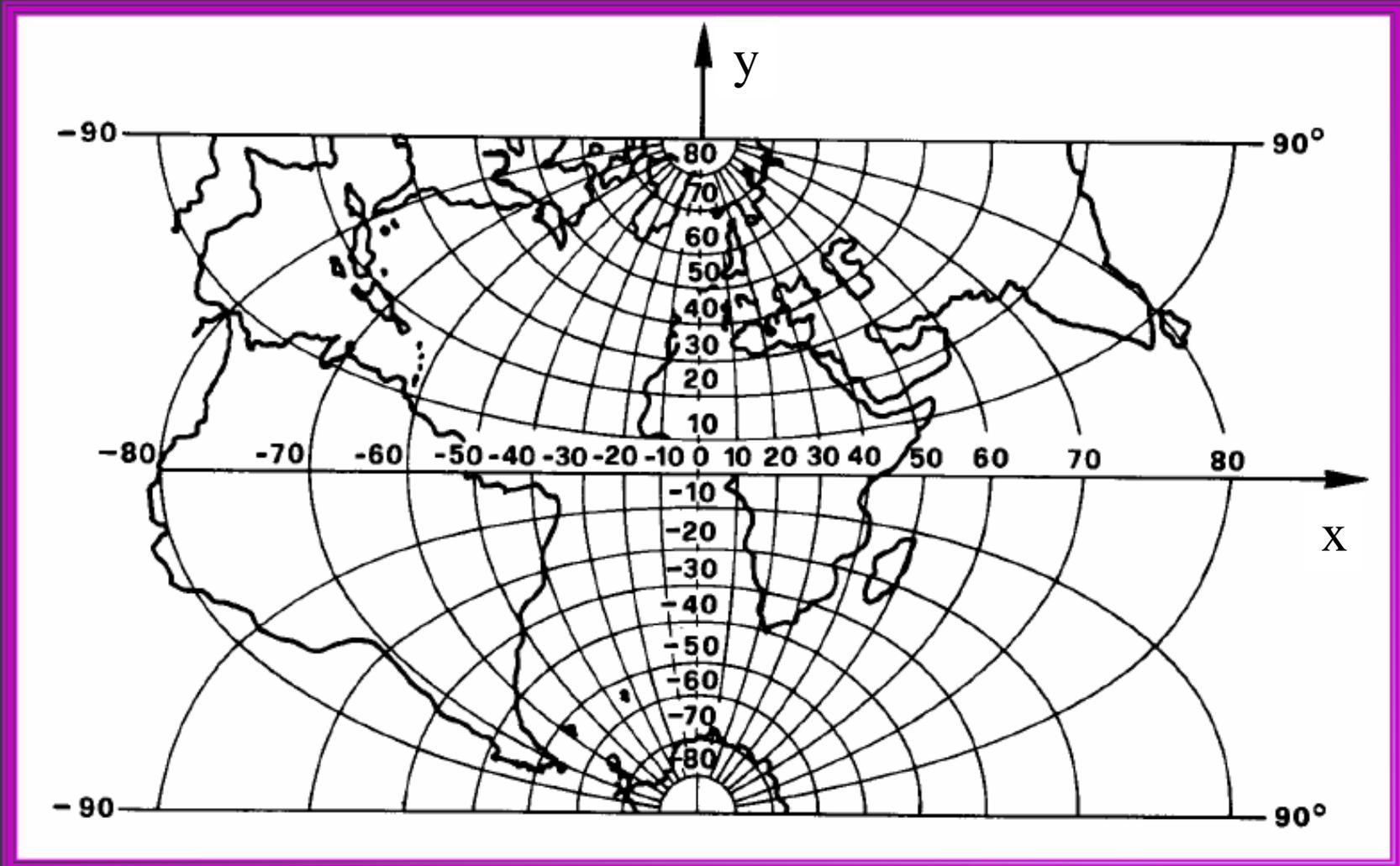
$$f(\varphi, \lambda) \rightarrow N$$

$$g(\varphi, \lambda) \rightarrow E$$

Condizioni di base imposte da Gauss:

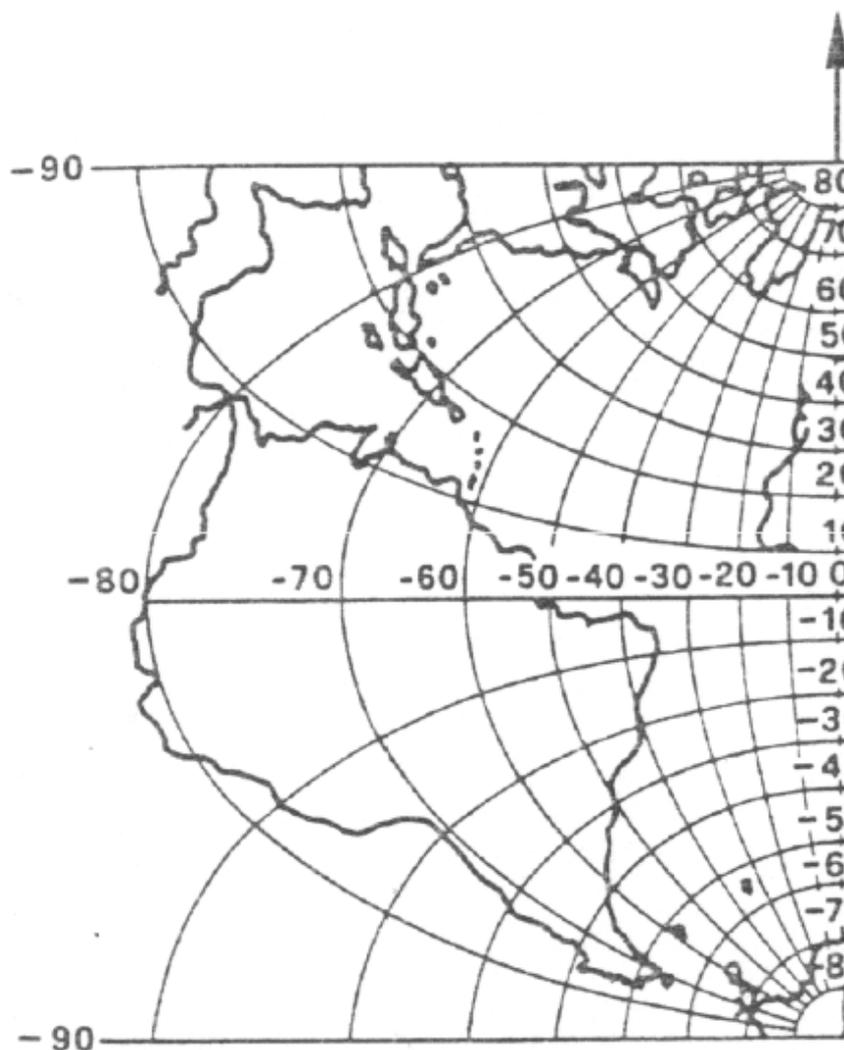
- carta **conforme**
- le immagini dell'**equatore** e del **meridiano centrale** siano **rette ortogonali** che costituiscano gli assi E ed N del sistema cartesiano piano
- **equidistanza sul meridiano centrale** (asse N)
- modulo di deformazione lineare (diverso da punto a punto) uguale in tutte le direzioni uscenti da un punto (ovvero modulo di deformazione costante nell'intorno infinitesimo del punto)

Rappresentazione di Gauss



La deformazione cresce allontanandosi dal meridiano centrale

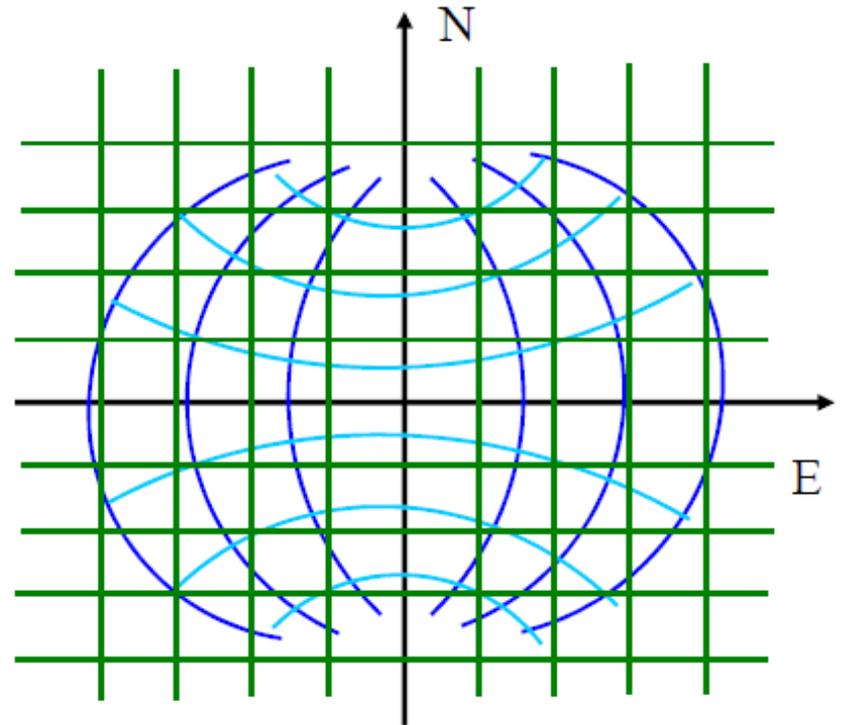
La rappresentazione di Gauss



- il **meridiano centrale** si trasforma nell'asse **N**
- l'**equatore** si trasforma nell'asse **E**
- i **meridiani** si trasformano in **archi curvilinei** passanti per i poli, con la concavità rivolta verso l'asse N e simmetrici rispetto all'asse E
- i **paralleli**, sempre **ortogonali ai meridiani**, si trasformano in curve (**ovoidali**) con la concavità rivolta verso i poli simmetriche rispetto all'asse N
- le trasformate dei paralleli e dei meridiani costituiscono il **reticolato geografico**

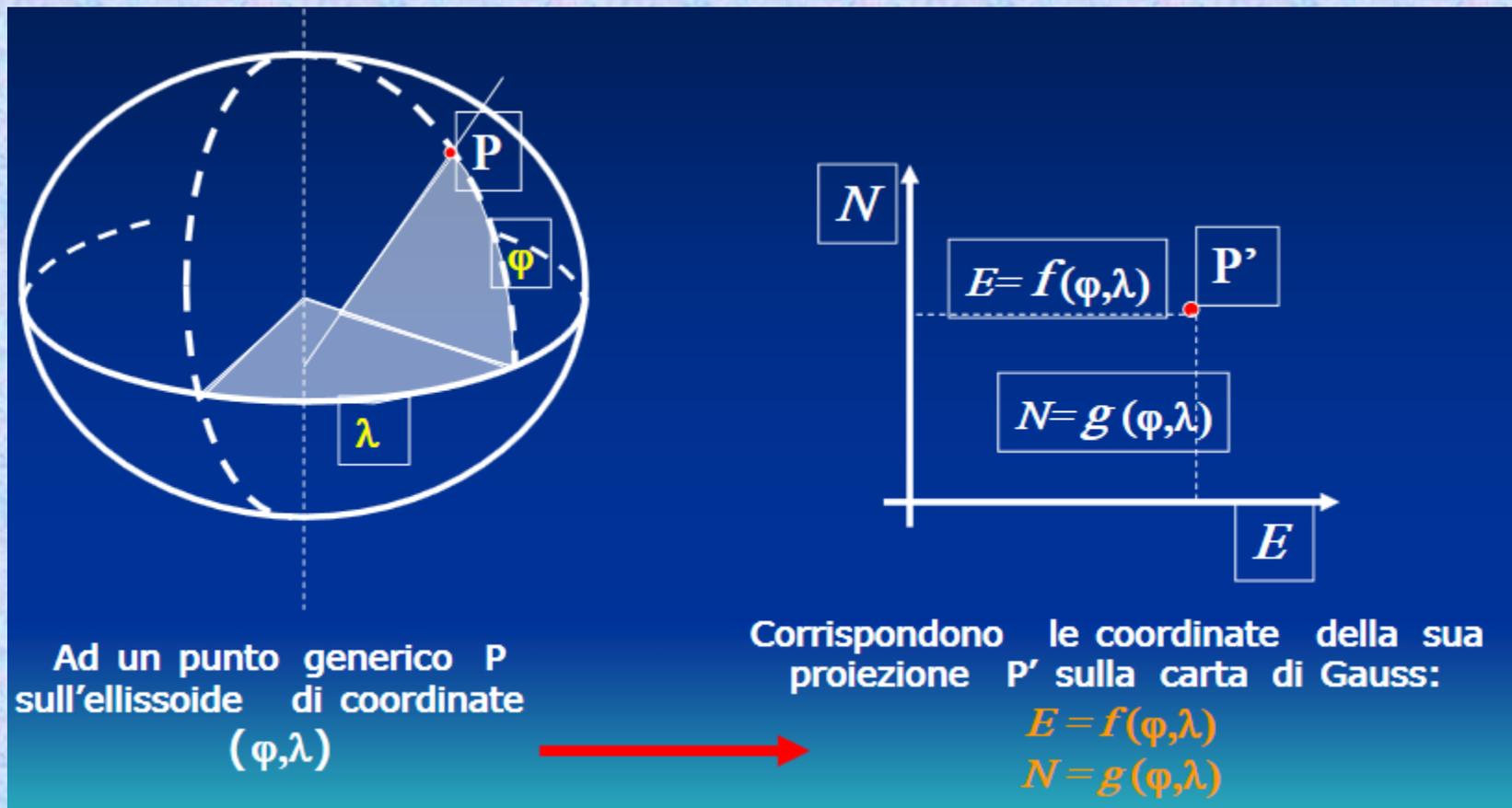
❑ **Reticolato geografico**,
costituito dalle trasformate sul
piano cartografico dei paralleli e
dei meridiani

❑ **Reticolato cartografico**,
costituito da una maglia quadrata
formata da rette disposte
parallelamente agli assi N ed E del
sistema di riferimento cartesiano



Passaggio dall'ellissoide alla Carta di Gauss

Le coordinate piane x e y sono anche dette, rispettivamente, Est e Nord.



La carta è isogona, cioè conserva gli angoli, non li deforma

Formule di corrispondenza della carta di Gauss

Le coordinate piane Est e Nord sono legate alle coordinate ellissoidiche dalle formule (molto complesse) di seguito riportate

$$\begin{aligned} Nord = B + & \frac{N \operatorname{sen} \varphi \cos \varphi}{2} \operatorname{sen}^2 \lambda^2 + \frac{N \operatorname{sen} \varphi \cos^3 \varphi}{24} (5 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \operatorname{sen}^4 \lambda^4 \\ & + \frac{N \operatorname{sen} \varphi \cos^5 \varphi}{720} (61 + 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 + 330\eta^2 t^2) \operatorname{sen}^6 \lambda^6 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Est = & \text{ coordinata convenzionale del fuso} + N \cos \varphi \operatorname{sen} \lambda^2 + \frac{N \cos^5 \varphi}{6} (1 + t^2 + \eta^2) \operatorname{sen}^3 \lambda^3 + \\ & + \frac{N \cos^5 \varphi}{120} (5 + 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 + 58\eta^2 t^2) \operatorname{sen}^5 \lambda^5 + \dots \end{aligned}$$

Formule di corrispondenza della carta di Gauss

Nelle precedenti equazioni risulta:

- N è il valore della gran normale alla latitudine φ ,
- B rappresenta la lunghezza dell'arco di meridiano centrale dall'equatore alla latitudine φ ,
rappresenta la differenza di longitudine tra il meridiano del punto considerato e il meridiano centrale
) espressa in radianti,

- $t = \operatorname{tg} \varphi$ $\eta = \sqrt{\frac{e^2}{1 - e^2}} \cos \varphi$, essendo e l'eccentricità dell'ellissoide.

Rappresentazione U T M

La necessità di pervenire alla normalizzazione delle rappresentazioni cartografiche di tutta la superficie terrestre, ha suggerito di applicare in maniera sistematica la rappresentazione conforme di Gauss (denominata nei paesi anglosassoni proiezione trasversa di Mercatore) per i territori compresi tra i paralleli di $+80^\circ$ e -80° di **latitudine**, e la proiezione stereografica polare per le due calotte polari delimitate rispettivamente a nord ed a sud degli stessi paralleli.

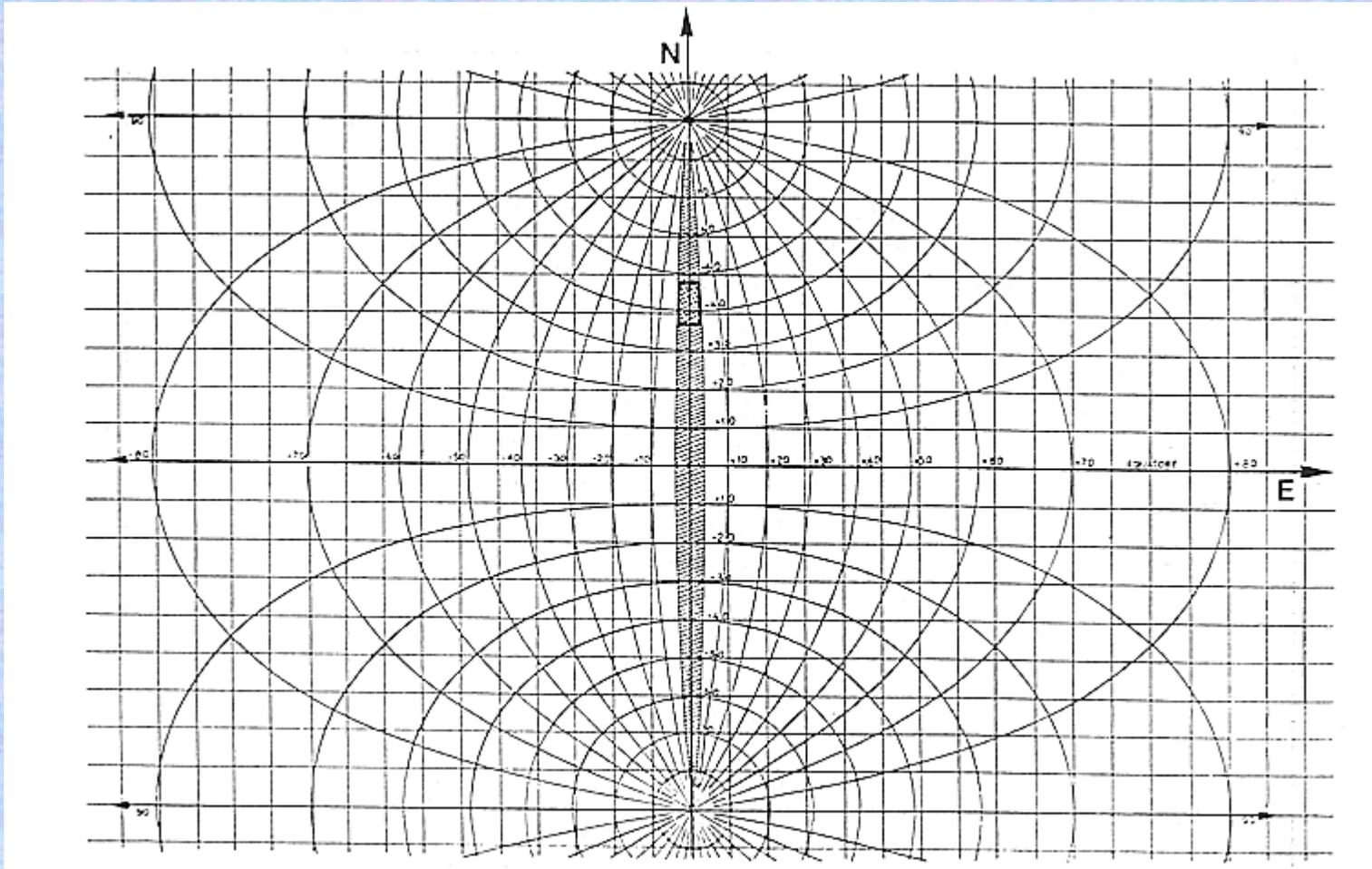
Rappresentazione U T M

La superficie compresa tra questi paralleli è stata poi ripartita in **60 fusi** dell'**ampiezza di 6° in longitudine**, progressivamente numerati a partire dall'antimeridiano di Greenwich. Circostanza che definisce non un unico sistema, bensì 60 diversi sistemi tra loro autonomi, ma aventi tutti corrispondenze identiche nei 60 fusi.

La suddivisione in fusi è stata introdotta per evitare deformazioni molto forti quando si procede dal meridiano centrale verso Est e verso Ovest.

I fusi vengono numerati a partire dall'antimeridiano di Greenwich (180° W) e procedendo verso Est (fuso 1: da 180° W a 174° W, fuso 2: da 174° W a 168° W, ecc.).

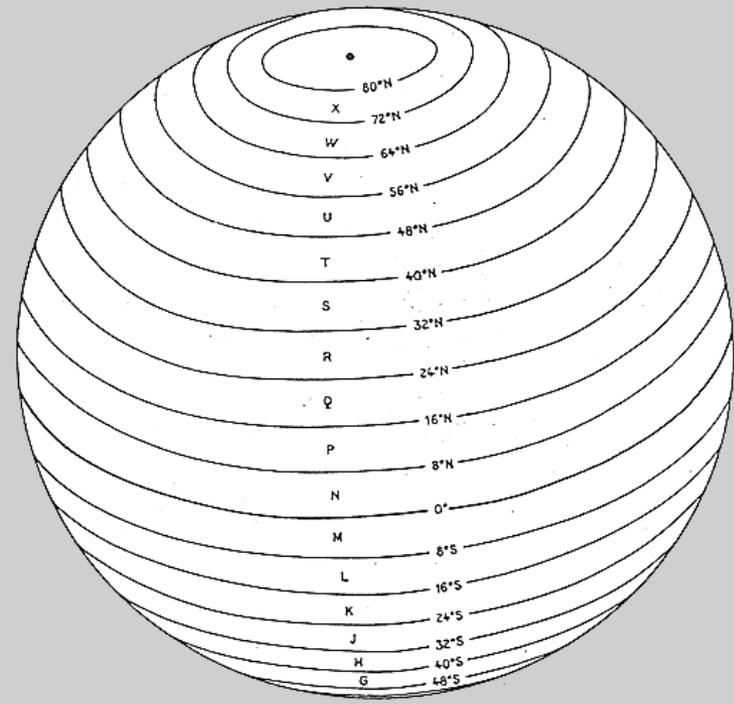
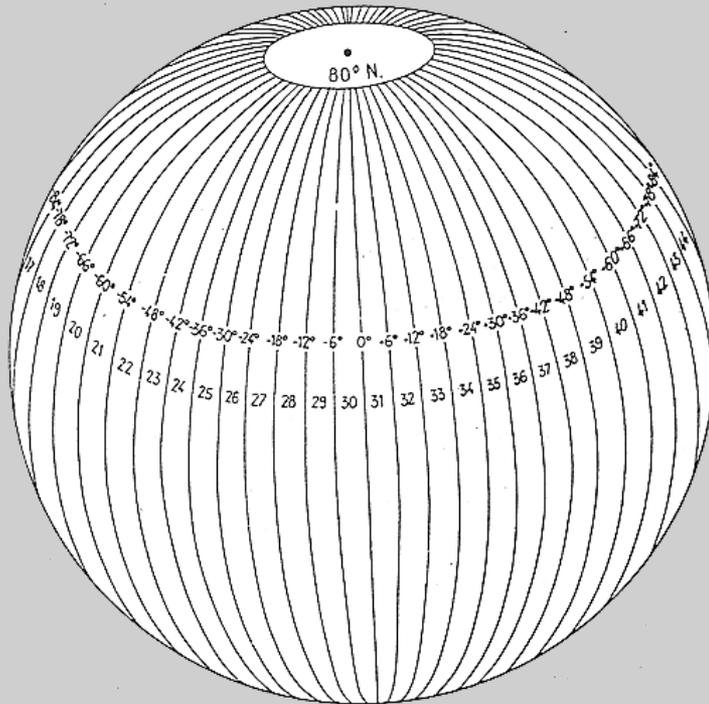
Esempio di individuazione di un fuso nella rappresentazione di Gauss



Rappresentazione U T M

Per agevolare l'individuazione delle regioni rappresentate, i diversi fusi sono stati poi suddivisi in **20 fasce parallele**, dieci nell'emisfero Nord e dieci nell'emisfero Sud, generate tramite paralleli geografici distanziati di **8° in latitudine** a partire dall'equatore **e fino alle latitudini di +80° e di -80°**. Fasce che sono state poi individuate da lettere dell'alfabeto dalla C fino alla X a partire dalla fascia attigua alla calotta Sud, escludendo le lettere I ed O.

Rappresentazione U T M



Rappresentazione U T M

Dalle due ripartizioni, quella in fusi e quella in fasce, l'intera superficie terrestre risulta così suddivisa in 1200 zone, ciascuna della quali dell'ampiezza di 6° in longitudine e di 8° in latitudine.

Zone utili per la designazione delle aree di volta interessate nell'insieme della rappresentazione cartografica, denominata appunto *Universal Transverse Mercator* o più semplicemente dal suo acronimo *UTM*.

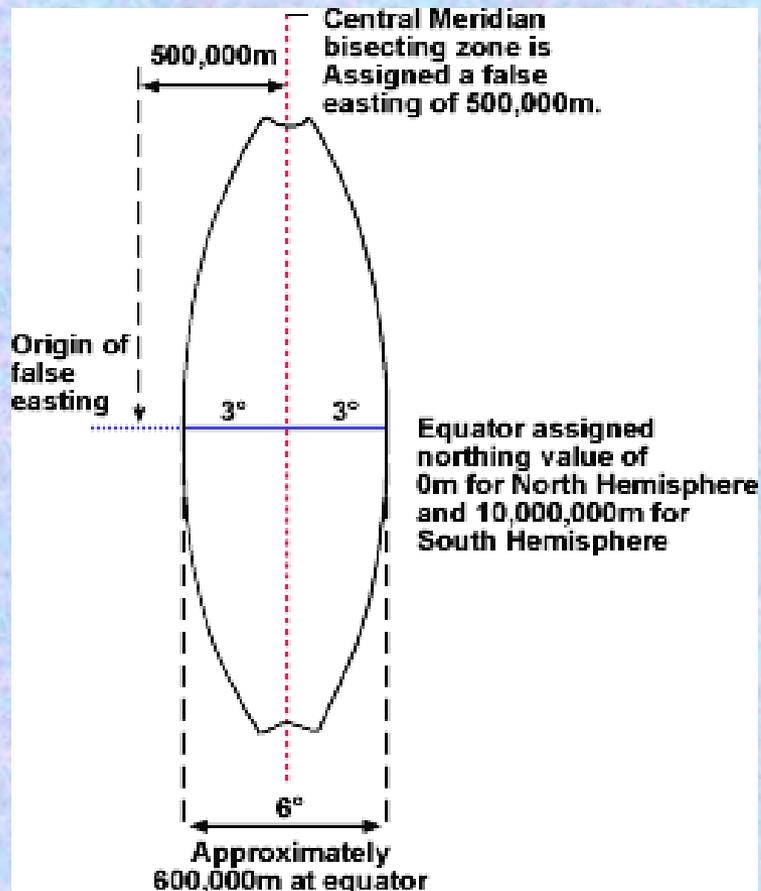
Falsa origine per le coordinate Est

La coordinata Nord rappresenta la distanza di un punto dall'equatore. La coordinata Est rappresenterebbe la distanza di un punto dal meridiano centrale e, qualora il punto risultasse ad Ovest di tale meridiano, risulterebbe negativa.

Per evitare il problema delle coordinate Est negative, si introduce la **falsa origine di 500 km**, ovvero si trasla l'origine di 500.000 m verso Ovest.

Falsa origine per le coordinate Nord

Per evitare le coordinate y negative nell'emisfero sud, si applica sulle coordinate Nord una **falsa origine di 10.000 km**.



In definitiva l'equatore ha ordinata pari a zero per l'emisfero Nord e 10.000 km per l'emisfero sud.

Nell'emisfero boreale le ordinate crescono verso Nord, nell'emisfero australe le ordinate diminuiscono verso Sud

Rappresentazione U T M

Per i punti appartenenti all'emisfero boreale, le coordinate N ed E nel sistema UTM sono in conseguenza espresse dalle relazioni

$$N = Y = \text{distanza dall'equatore}$$

$$E = X + 500 \text{ km}$$



Distanza effettiva dal meridiano centrale del fuso e dall'indicazione del numero del fuso e della lettera della fascia di appartenenza.

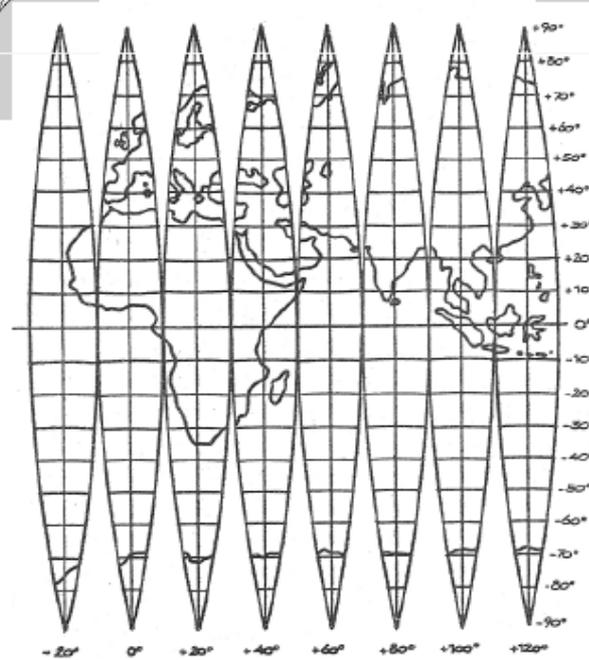
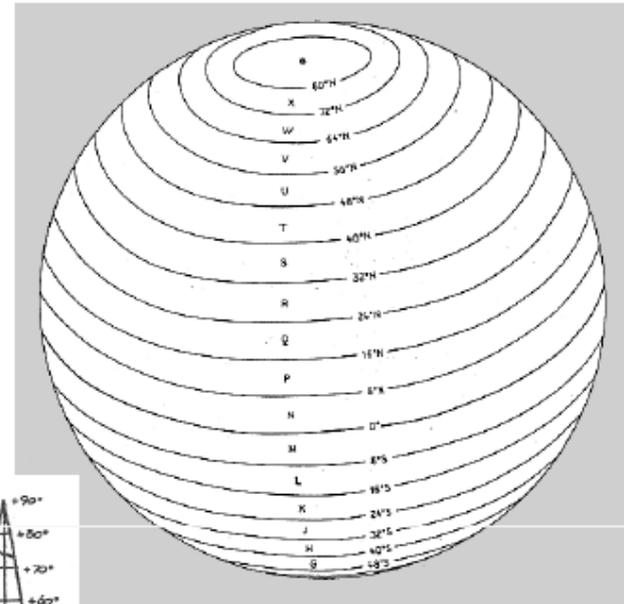
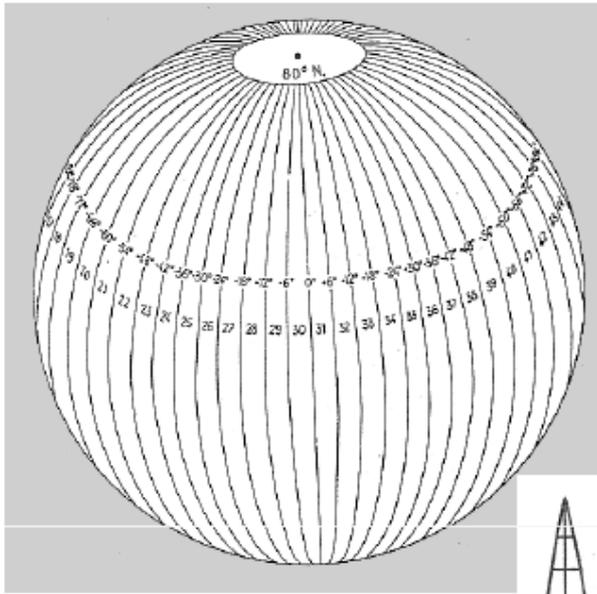
Nell'emisfero boreale c'è solo la falsa origine delle coordinate Est (500 km).

Rappresentazione UTM: riepilogo

UTM = Universal Transverse Mercator projection

- Si adotta la stessa rappresentazione conforme di Gauss (UTM per gli anglosassoni) per la rappresentazione dell'intera superficie terrestre, per i territori compresi fra $+80^\circ$ e -80° di latitudine
- La rappresentazione UTM è realizzata per fusi
- Ogni fuso rappresenta uno spicchio della superficie terrestre di ampiezza in longitudine pari a 6° ($\Delta\lambda = 6^\circ$) corrispondenti a 3° a ovest e 3° a est del meridiano centrale
- Ogni fuso è un sistema cartografico a se stante, con un suo sistema di riferimento:
 - ◆ asse Est rappresentato dall'Equatore
 - ◆ asse Nord rappresentato dal meridiano centrale, a cui viene applicata una falsa origine di 500 000 m

Rappresentazione U T M



Serie di
fusi UTM