1) Antitrasformare

$$Y(s) = \frac{s-3}{s^2+2s+1}$$
$$Y(s) = \frac{s-1}{s^2-5s+6}$$
$$Y(s) = \frac{s+2}{s^2-3s-4}$$
$$Y(s) = \frac{s-6}{s^2-4s+4}$$
$$Y(s) = \frac{s-6}{s^2-7s+12}$$
$$Y(s) = \frac{s-6}{s^2-s-6}$$
$$Y(s) = \frac{s-6}{s^2-s-2}$$
$$Y(s) = \frac{s-3}{s^2+s+1}$$
$$Y(s) = \frac{s-6}{s^2+s+1}$$

2) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy per $t > 0$ usando la trasformata di Laplace.

1.
$$\begin{cases} y'' - y = t & \text{per } t > 0 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Suggerimento: se $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)](s)$, allora si trova che $Y(s) = \frac{1}{s^2(s^2-1)}$. Poi si antitrasforma osservando che il denominatore ha uno zero reale doppio ed due semplici. Infatti si ha

$$\frac{1}{s^2(s^2-1)} = \frac{\Lambda_1^1}{s} + \frac{\Lambda_1^2}{s^2} + \frac{\Lambda_2}{s-1} + \frac{\Lambda_3}{s+1}.$$

Dalle formule per il calcolo dei coefficienti risulta $\Lambda_1^1 = 0, \Lambda_1^2 = -1, \Lambda_2 = 1/2, \Lambda_3 = -1/2$.

L'esercizio può anche essere risolto usando la risposta impulsiva.

2.
$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = t & \text{per } t > 0 \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

Suggerimento: se $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)](s)$, allora si trova che $Y(s) = \frac{1}{s^2(s-2)^2}$. Poi si antitrasforma osservando che il denominatore ha due zeri reale doppi.

L'esercizio può anche essere risolto usando la risposta impulsiva.

3.
$$\begin{cases} y''' - y = 0 & \text{per } t > 0 \\ y(0) = y'(0) = 0 \\ y''(0) = 1 \end{cases}$$

Suggerimento: se $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)](s)$, allora si trova che $Y(s) = \frac{1}{s^3-1}$. Poi si antitrasforma osservando che il denominatore ha uno zero reale e due complessi. Allora
$$\frac{1}{s^3-1} = \frac{\Lambda_1}{s-1} + \frac{\Lambda_2 s + \Lambda_3}{s^2+s+1}$$
e le costanti $\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3$ si trovano con il principio d'identità dei polinomi.