CARTE PROSPETTICHE

ARGOMENTI TRATTATI

•PROBLEMI DELLA CARTOGRAFIA

•DEFINIZIONE DI CARTA NAUTICA

•ERRORI DELLE CARTE NAUTICHE

•PROPRIETA' DELLE CARTE NAUTICHE

•SFERA RAPPRESENTATIVA

•SCALA

•MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE

•CARTE PER SVILUPPO

•CARTE PROSPETTICHE

•COSTRUZIONE DI UNA GNOMONICA POLARE

PREREQUISITI

•FORMA DELLA TERRA ED APPROSSIMAZIONI (GEOIDE, ELLISSOIDE, SFERA)

•CONOSCENZA DELLA NORMALE E DELLA VERTICALE

•DEFINIZIONE DI LATITUDINE E LONGITUDINE

•SISTEMA DI COORDINATE GEOGRAFICO (φ ; λ)

•SISTEMA DI COORDINATE CARTESIANO (O ; X ; Y ; Z)

•CONOSCENZA DELLA TRIGONOMETRIA PIANA

•CONOSCENZA DEL CONCETTO DI INFINITESIMO

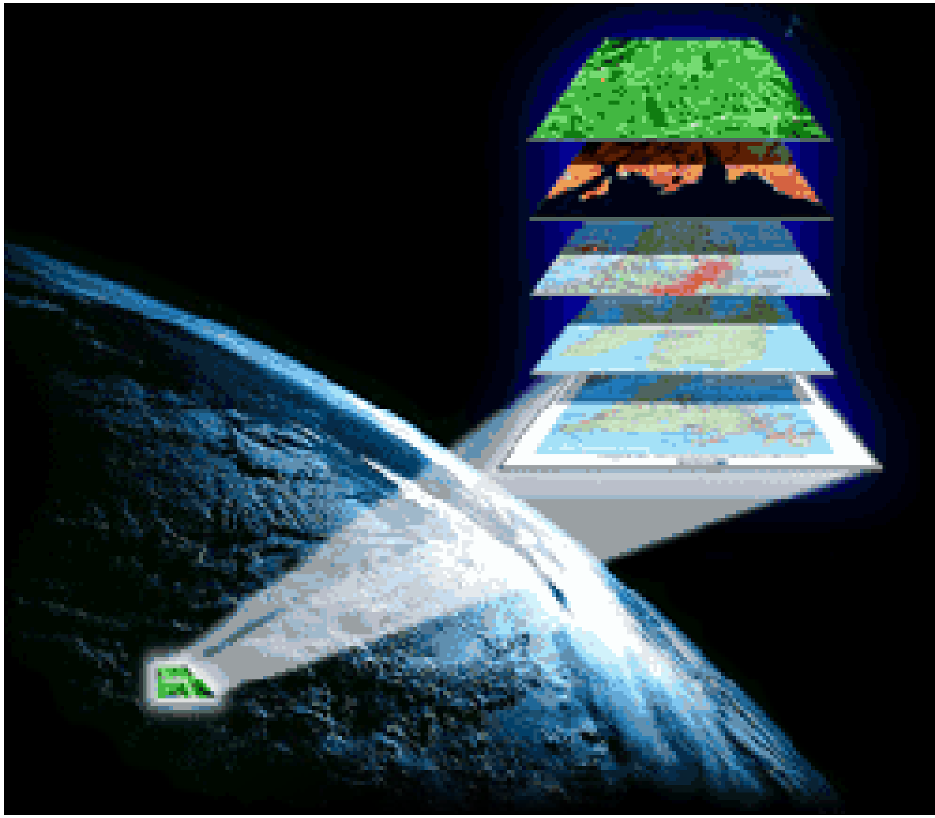
•CONOSCENZA DELLE EQUAZIONI DI RETTA, CIRCONFERENZA, ELLISSE, IPERBOLE

CARTOGRAFIA

LA **CARTOGRAFIA** È L'INSIEME DI CONOSCENZE SCIENTIFICHE, TECNICHE E ARTISTICHE FINALIZZATE ALLA RAPPRESENTAZIONE SIMBOLICA MA VERITIERA DI INFORMAZIONI GEOGRAFICHE SU SUPPORTI PIANI (O DIGITALI)

IL **PROCESSO CARTOGRAFICO** VIENE SVOLTO ATTRAVERSO:

- L'INDIVIDUAZIONE DELLA FORMA DELLA TERRA
- LA SCELTA DI UNA SUPERFICIE E SISTEMA DI RIFERIMENTO
- LO STUDIO DEL TERRENO ATTRAVERSO LA VISIONE DELLE IMMAGINI E L'ARCHIVIAZIONE DELLE INFORMAZIONI OTTENUTE.
- VIENE UTILIZZATO IL METODO DELLA PROIEZIONE SU UN PIANO.



PROBLEMA DELLA CARTOGRAFIA

L'ELLISSOIDE TERRESTRE, COME NEL CASO PIÙ SEMPLICE DELLA SFERA, NON È UNA SUPERFICIE SVILUPPABILE, CIOÈ NON SI PUÒ DISTENDERE SU UN PIANO SENZA CHE I LATI E GLI ANGOLI DELLE FIGURE COSTITUITE CON ARCHI DI GEODETICA SI DEFORMINO, SENZA CIOÈ CHE SI VERIFICHINO VARIAZIONI DI LUNGHEZZA DEI LATI, VARIAZIONI DEGLI ANGOLI ED ANCHE VARIAZIONI DELL'AREE RACCHIUSE DALLE FIGURE. DI CONSEGUENZA QUALSIASI RAPPRESENTAZIONE DELL'ELLISSOIDE SUL PIANO, CIOÈ QUALSIASI CARTA, RISULTA DEFORMATA.

E' FACILE RENDERSI CONTO DI QUESTA DIFFICOLTÀ TAGLIANDO IN DUE UN PALLONE DA CALCIO E CERCANDO DI DISTENDERLO SU DI UN PIANO SENZA OTTENERE ONDULAZIONI O RIGONFIAMENTI.

COS'E' UNA CARTA NAUTICA

ALLA LUCE DI QUANTO DETTO, COS'E' UNA CARTA NAUTICA?

"UNA CARTA NAUTICA E' UNA RAPPRESENTAZIONE APPROSSIMATA, RIDOTTA E SIMBOLICA DELLA SUPERFICIE TERRESTRE O DI UNA SUA PARTE SU DI UNA SUPERFICIE PIANA"

APPROSSIMATA → UNA SUPERFICIE SFERICA NON PUO' ESSERE RAPPRESENTATA SU UNA SUPERFICIE PIANA SENZA DEFORMAZIONI.

RIDOTTA → RIDOTTA PERCHE', OVVIAMENTE, NON PUO' ESSERE RAPPRESENTATA IN VERA GRANDEZZA.

SIMBOLICA → PER RAPPRESENTARE I VARI OGGETTI SI FA USO DI SIMBOLI O GRAFICI O ABBREVIAZIONI

DEFORMAZIONI DELLE CARTE NAUTICHE

IL “RIPORTARE” SU DI UN PIANO, CIO’ CHE “NATURALMENTE” E’ SU UNA SUPERFICIE NON SVILUPPABILE (ESEMPIO SFERA), COMPORTERA’ DELLE DEFORMAZIONI, OVVERO DEGLI ERRORI :

1) ANGOLARE O ERRORI D'ISOGONISMO, CIOÈ ALTERAZIONI DEGLI ANGOLI;

2) LINEARE O ERRORI D'EQUIDISTANZA CIOÈ ALTERAZIONI DELLE LUNGHEZZE;

3) SUPERFICIALE O ERRORI D'EQUIVALENZA OVVERO ALTERAZIONI DELLE SUPERFICI.

IN ORDINE PER IMPORTANZA NEGLI SCOPI NAVIGAZIONALI.

LE MISURE DI MAGGIOR INTERESSE NELLA NAVIGAZIONE SONO GLI ANGOLI ED IN MISURA MINORE LE DISTANZE.

DI NESSUN INTERESSE, IN NAVIGAZIONE E’ LA MISURA DI UN’AREA

“ISOGONA” O “CONFORME”

UNA CARTA GEOGRAFICA SI DICE ISOGONA QUANDO IL VALORE DEGLI ANGOLI MISURATI SULLA SUPERFICIE TERRESTRE E’ UGUALE A QUELLI MISURATI SULLE DIREZIONI CORRISPONDENTI DELLA CARTA GEOGRAFICA.

QUESTA CARATTERISTICA O PROPRIETÀ, È MOLTO IMPORTANTE NELLA NAVIGAZIONE PERCHÉ PERMETTE LA MISURA DIRETTA DEGLI ANGOLI SULLA CARTA STESSA.

IN NAVIGAZIONE, INFATTI, È NECESSARIO INFATTI TRACCIARE ROTTE, RILEVAMENTI, LUOGHI DI POSIZIONE CHE, GENERALMENTE SONO RIFERITI A MISURE ANGOLARI.

UNA CARTA PRIVA DELLA DEFORMAZIONE ANGOLARE COSTITUISCE IL PUNTO DI PARTENZA PER OTTENERE UNA CARTA NAUTICA DEGNA DI TALE NOME.

“EQUIDISTANTE” ED “EQUIVALENTE”

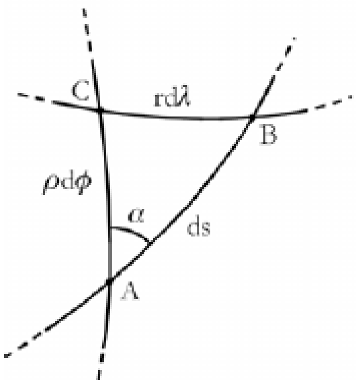
UNA CARTA SI DICE EQUIDISTANTE QUANDO RIMANE COSTANTE IL RAPPORTO (IN SCALA) DELLE DISTANZE MISURATE SULLA CARTA E QUELLE MISURATE SULLA SUPERFICIE TERRESTRE.

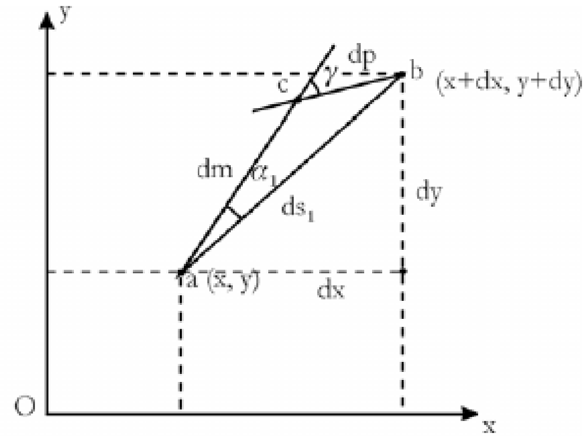
UNA CARTA SI DICE EQUIVALENTE QUANDO RIMANE COSTANTE IL RAPPORTO TRA LE SUPERFICI O AREE MISURATE SULLA CARTA E QUELLE CORRISPONDENTI MISURATE SULLA SUPERFICIE TERRESTRE.

UNA CARTA GEOGRAFICA SI DICE AFILATTICA QUANDO NON HA ALCUNA DELLE TRE PREDETTE PROPRIETÀ MA CERCA DI MINIMIZZARE TUTTE LE DEFORMAZIONI.

POICHÉ NESSUNA CARTA PUÒ POSSEDERE CONTEMPORANEAMENTE LE TRE CARATTERISTICHE INTRODOTTE, QUANDO SI DEVE REALIZZARE UNA CARTA, SI SCEGLIE IL TIPO DI RAPPRESENTAZIONE PIÙ IDONEO ALL’USO CHE SE NE FARÀ.

EQUAZIONI DI CORRISPONDENZA





TRA I PUNTI SULL'ELLISSOIDE E/O SFERA ED I PUNTI SUL PIANO SI IMPONE LA PROPRIETÀ DELLA CORRISPONDENZA BIUNIVOCA (PROPRIETÀ CHE ASSICURA L'ESISTENZA , L'UNICITÀ E LA CORRISPONDENZA FRA I PUNTI).

I PUNTI SUL PIANO SONO RAPPRESENTATI DALLE DUE SEGUENTI RELAZIONI:

$$\begin{cases} x = f(\varphi, \lambda) \\ y = g(\varphi, \lambda) \end{cases}$$

DOVE f E g SONO DUE FUNZIONI (QUASI SEMPRE MOLTO COMPLESSE).

AD UN PUNTO SULLA TERRA CORRISPONDE UNO ED UN SOLO PUNTO SULLA CARTA.

QUINDI UN TRIANGOLO GENERICO SULLA TERRA, DIVENTA UN TRIANGOLO SULLA CARTA CON ANGOLI E LATI GENERALMENTE DIVERSI DA QUELLI DI PROVENIENZA

SFERA RAPPRESENTATIVA

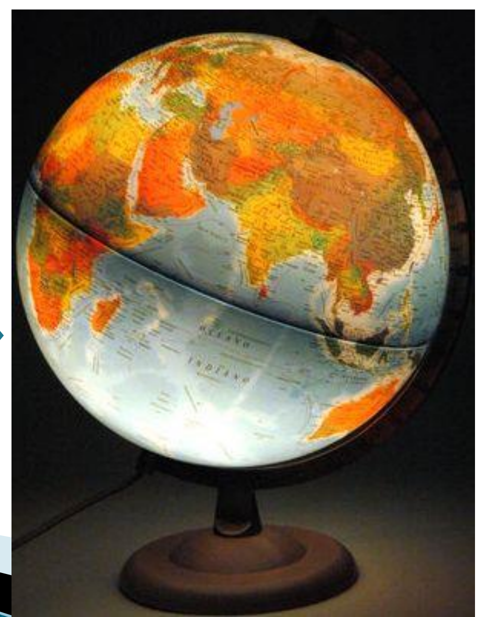
ABBIAMO BISOGNO DI UN “MODELLO” DI TERRA DATO CHE, SAREBBE IMPOSSIBILE (PER UNA QUESTIONE DI DIMENSIONI) PRENDERE COME RIFERIMENTO LA TERRA REALE

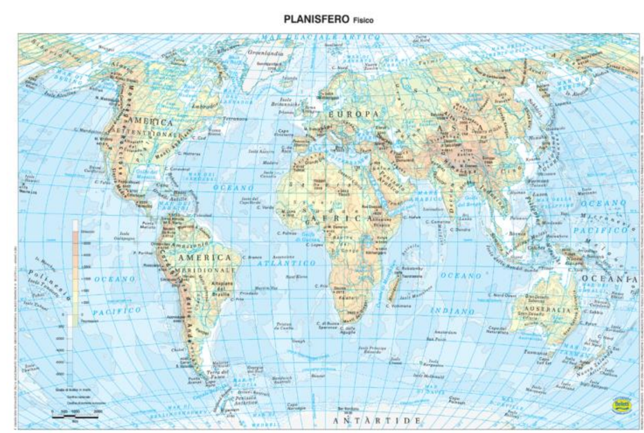
QUESTO MODELLO SI CHIAMA “SFERA RAPPRESENTATIVA” E PUO’ ESSERE IL COMUNE MAPPAMONDO

LA SCALA DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA E’

$$S_R = \frac{L_R}{L_T}$$

S_R = SCALA DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA
L_R = LUNGHEZZA DI UN QUALSIASI ELEMENTO DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA
L_T = LUNGHEZZA DEL CORRISPONDENTE ELEMENTO DELLA SFERA TERRESTRE.





SCALA DELLA CARTA

OGNI CARTA SARA' RIDOTTA, PER OVVIE RAGIONI, RISPETTO ALLA PORZIONE REALE DELLA TERRA DA RAPPRESENTARE

$$S_C = \frac{L_C}{L_T}$$

SC = SCALA DELLA CARTA
LC = LUNGHEZZA DI UN QUALSIASI ELEMENTO DELLA CARTA
LT = LUNGHEZZA DEL CORRISPONDENTE ELEMENTO DELLA SFERA TERRESTRE.

IN QUESTO CASO, 1 cm SULLA CARTA CORRISPONDE A 10000 cm SULLA TERRA, OVVERO 100 m

MA NON SEMPRE, LA SCALA, E' COSTANTE SU TUTTA LA CARTA

LA CARTA CHE NON C'E' !!!

UNA CARTA PERFETTA (IMPOSSIBILE DA COSTRUIRE) DOVREBBE:

1. AVERE LA SCALA COSTANTE IN TUTTA LA SUA ESTENSIONE (NON ESSERE DEFORMATA NELLE DISTANZE) (**EQUIDISTANTE**);
2. RIPRODURRE FEDELMENTE GLI ANGOLI (**ISOGONA**);
3. RIPRODURRE FEDELMENTE LE AREE (**EQUIVALENTE**);
4. RETTIFICARE (CIOÈ RAPPRESENTARE CON LINEE RETTE) LE ROTTE ORTODROMICHE;
5. RETTIFICARE LE ROTTE LOSSODROMICHE;
6. ESSERE DI FACILE ED IMMEDIATA LETTURA.

ESSENDO IMPOSSIBILE OTTENERE TUTTI QUESTI REQUISITI INSIEME, DOVREMO RINUNCIARE AD ALCUNI PER ASSICURARE QUELLI PIÙ IMPORTANTI

MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE

LA CARTA **NON** È UNA FEDELE RAPPRESENTAZIONE DELLA SUPERFICIE TERRESTRE, PERTANTO LA SUA SCALA NON È COSTANTE, MA VARIA A SECONDA DELLA ZONA DI UTILIZZO.

L'ELEMENTO INDICATORE DELLA DEFORMAZIONE CHE HA SUBITO LA PROIEZIONE IN UNA CERTA ZONA È IL MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE n:

$$n = \frac{L_C}{L_R}$$

n = MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE
L_C = LUNGHEZZA DI UN QUALSIASI ELEMENTO DELLA CARTA
L_R = LUNGHEZZA DEL CORRISPONDENTE ELEMENTO DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA

SE, RISPETTO ALLA SFERA RAPPRESENTATIVA, LE ZONE DELLA CARTA VENGONO:

ESPANSE $\Rightarrow$ $n > 1$

COMPRESSE $\Rightarrow$ $n < 1$

TRA QUESTE DUE ZONE C'È SEMPRE UNA LINEA DI PUNTI CHE NON HA SUBITO DEFORMAZIONI ($n = 1$), CHE SI CHIAMA **ISOMECOICA.**

CARTE NAUTICHE IN BASE ALLA SCALA

SCALA	NOME	UTILIZZO
DA 1:25.000 A 1:5.000	PIANI NAUTICI	RAPPRESENTANO I PORTI, AREE RISTRETTE, BAIE E ALTRO. SONO NECESSARI PER AVVICINARSI MOLTO ALLA COSTA, ENTRARE IN PORTO O ANDARE ALL'ANCORAGGIO, IN QUANTO RAPPRESENTANO CON ESTREMO DETTAGLIO L'ANDAMENTO E LA NATURA DEI FONDALI E LE CARATTERISTICHE DELLA COSTA E DEI SUOI PUNTI COSPICUI. I PIANI NAUTICI SONO CARTE IN PROIEZIONE GNOMONICA.
DA 1:100.000 A 1:30.000	CARTE DEI LITORALI	SONO QUELLE CHE RAPPRESENTANO, CON SUFFICIENTE DETTAGLIO E SICUREZZA LA NATURA DEL FONDO E LE CARATTERISTICHE DELLA COSTA E PER QUESTO SONO INDISPENSABILI PER CONDURRE LA NAVIGAZIONE COSTIERA, IN QUANTO CONSENTONO DI CONOSCERE TUTTE LE CARATTERISTICHE DEI FONDALI DI RICONOSCERE E LOCALIZZARE I PUNTI COSPICUI DELLA COSTA, CHE CI SERVIRANNO PER CONDURRE, LA NAVIGAZIONE, MEDIANTE RILEVAMENTI, DISTANZE ED ALTRO.
DA 1:300.000 A 1:100.000	CARTE COSTIERE	DA UTILIZZARE PER LA NAVIGAZIONE IN PROSSIMITÀ DELLE ACQUE COSTIERE E NELLE TRAVERSATE "MINORI" (AD ES. AL CENTRO DEI MARI INTERNI DEL MEDITERRANEO).
DA 1:3.000.000 A 1:300.000	CARTE GENERALI	UTILIZZATE PER PIANIFICARE UNA NAVIGAZIONE OCEANICA

TIPI DI CARTE

LE CARTE NAUTICHE SI DIVIDONO IN BASE ALL' ARTIFICIO CHE SI UTILIZZA PER OTTENERLE, ABBIAMO QUINDI:

CARTE NAUTICHE

PER PROIEZIONE :

IL PUNTO SULLA CARTA E' DATO DALL'INTERSEZIONE DI UNA RETTA PASSANTE PER DUE PUNTI SCELTI (UN PUNTO DETTO PUNTO DI VISTA ED UN ALTRO CHE E' IL PUNTO DA RAPPRESENTARE DELLA TERRA RAPPRESENTATIVA) CON IL FOGLIO DELLA CARTA

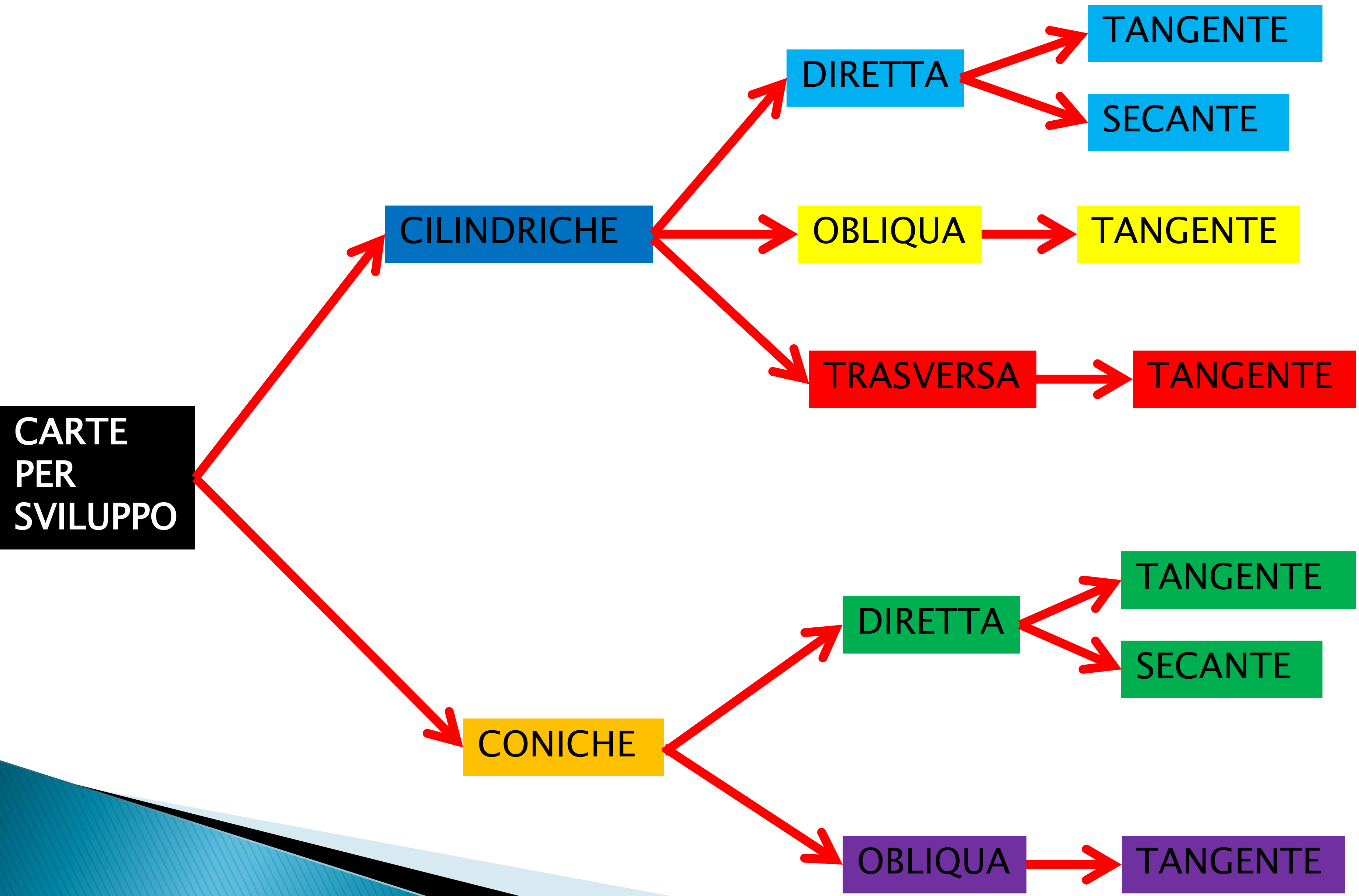
ANALITICHE :

OTTENUTE MEDIANTE ARTIFICI MATEMATICI PER CONFERIRE UNA DELLE TRE PROPRIETA' VISTE IN PRECEDENZA

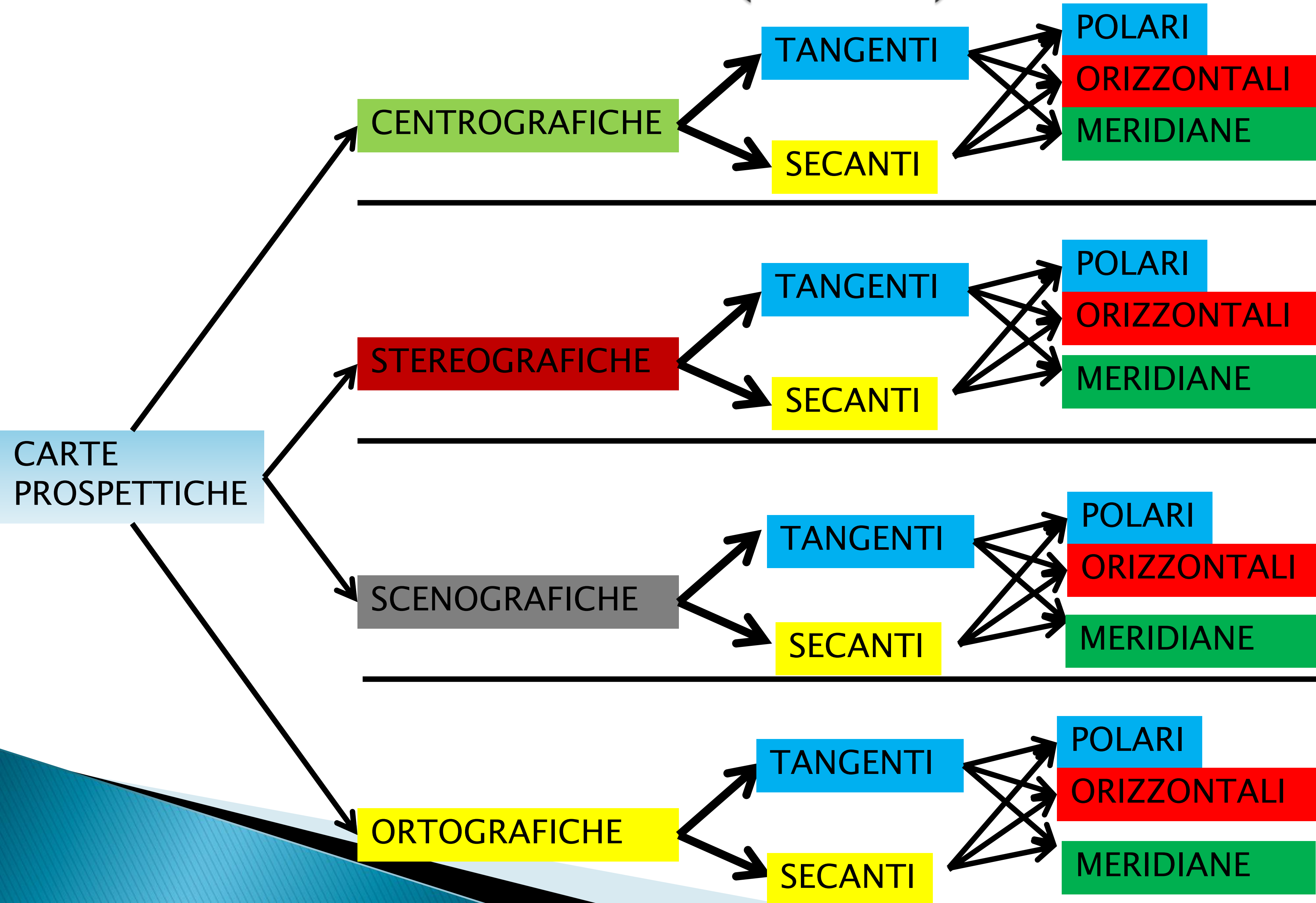
PROSPETTICHE PURE

PER SVILUPPO

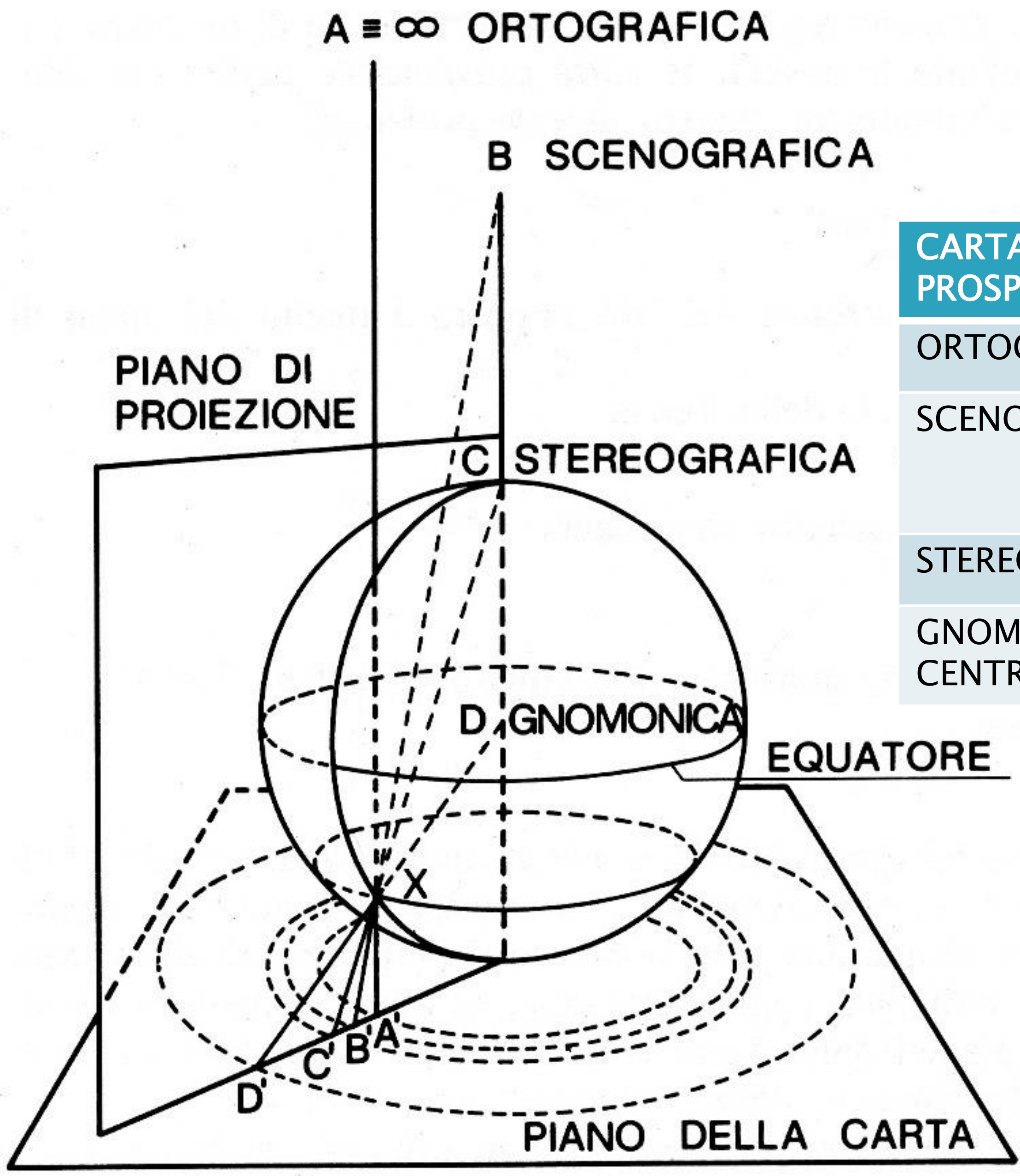
CARTE PER SVILUPPO



PROSPETTICHE (PURE)



PUNTI DI VISTA



CARTA PROSPETTICA	PUNTO DI VISTA	CORRISP. DI X
ORTOGRAFICA	A –INFINITO	A’
SCENOGRAFICA	B – PUNTO QUALSIASI DA A A D	B’
STEREOGRAFICA	C – SULLA TERRA	C’
GNOMONICA O CENTROGRAFICA	D – CENTRO DELLA TERRA	D’

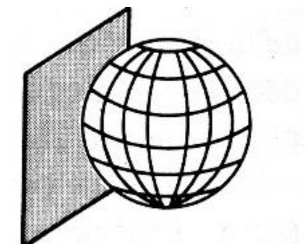
POSIZIONE DEL QUADRO

NELLE CARTE PROSPETTICHE USATE PER LA NAVIGAZIONE, IL QUADRO (OVVERO, IL PIANO SUL QUALE SI PROIETTANO I PUNTI DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA) E' QUASI SEMPRE TANGENTE AD UN PUNTO DELLA TERRA.

SOLO IN TALE PUNTO LA CARTA POSSIEDE TUTTE LE TRE PROPRIETA' (E' ISOGONA, EQUIDISTANTE ED EQUIVALENTE).

PROIEZIONI POLARI → IL QUADRO E' TANGENTE AD UNO DEI POLI →

PROIEZIONI MERIDIANE O EQUATORIALI → IL QUADRO E' TANGENTE AD UN PUNTO DELL'EQUATORE ($\varphi = 0°$) →



PROIEZIONI ORIZZONTALI (AZIMUTALI O OBLIQUE) → IL QUADRO E' TANGENTE AD UN PUNTO CHE NON SIA NE' AL POLO NE' ALL'EQUATORE →

UTILIZZO NELLA NAVIGAZIONE

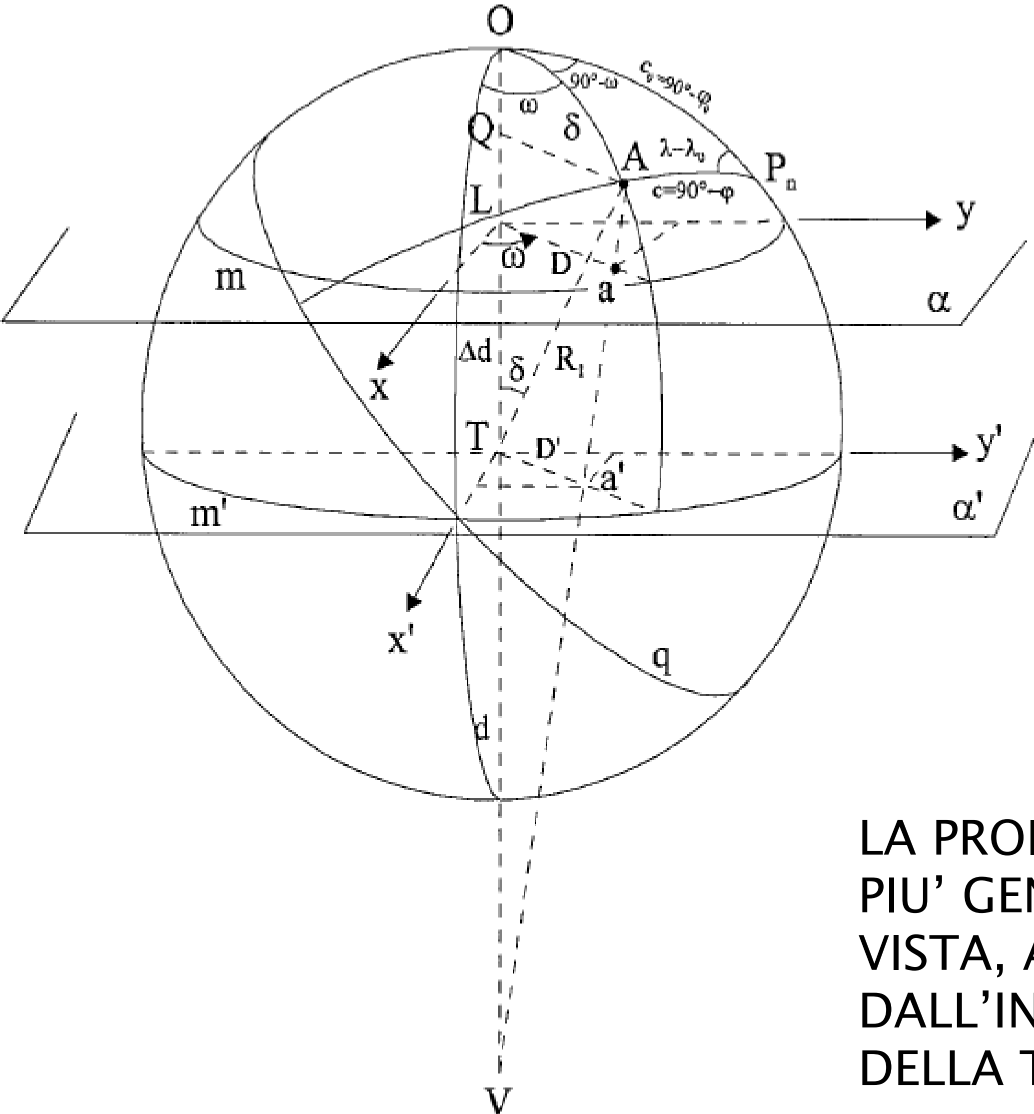
IN NAVIGAZIONE, LE CARTE PIU' UTILIZZATE SONO :

NAVIGAZIONE LOSSODROMICA → CARTA DI MERCATORE → RAPPRESENTAZIONE DERIVANTE DALLA MODIFICA ANALITICA DI UNA PROIEZIONE CILINDRICA DIRETTA TANGENTE

NAVIGAZIONE ORTODROMICA → CARTA GNOMONICA → CARTA PROSPETTICA CENTROGRAFICA TANGENTE

NAVIGAZIONE AEREA → CARTA DI LAMBERT → RAPPRESENTAZIONE DERIVANTE DALLA MODIFICA ANALITICA DI UNA CARTA CONICA SECANTE

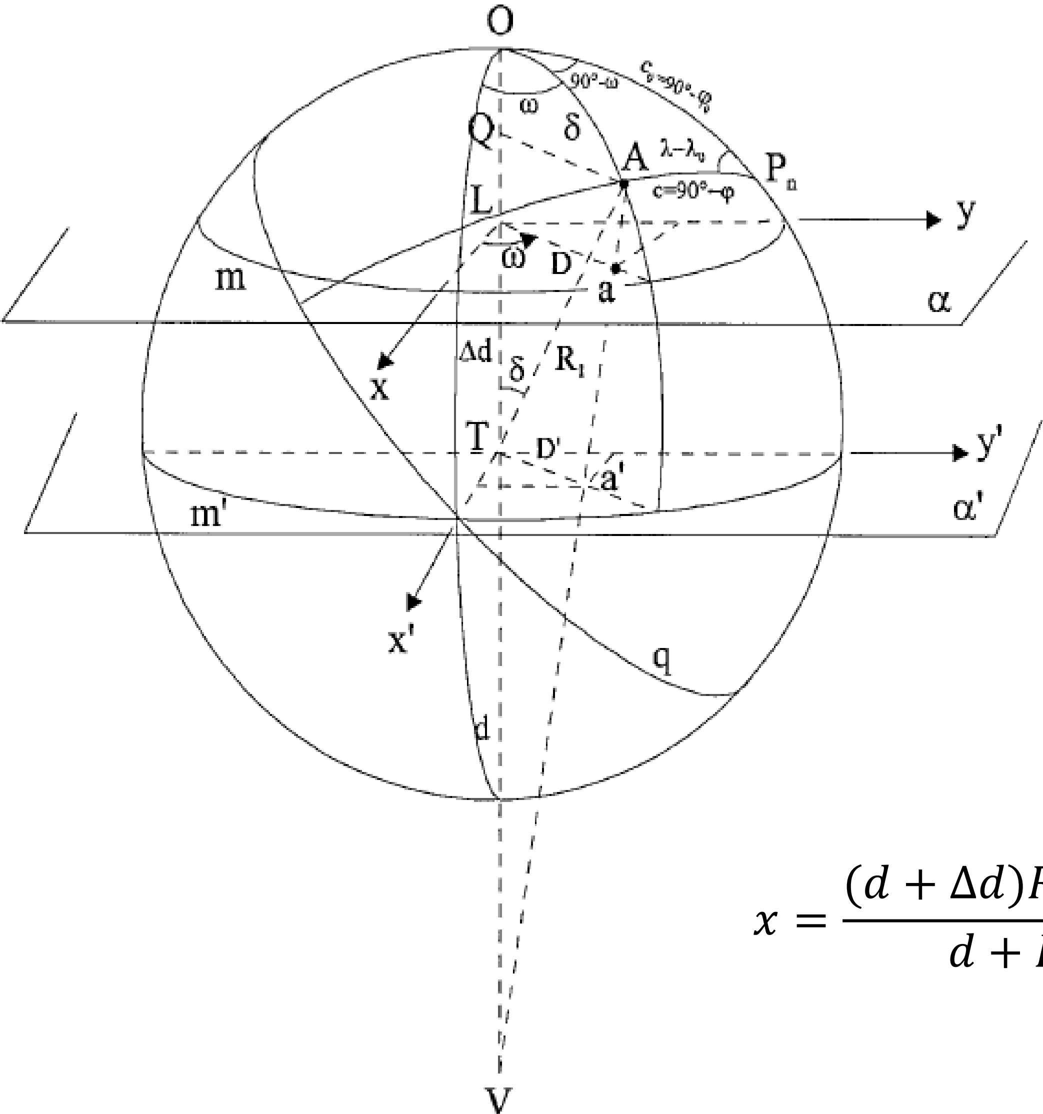
PROIEZIONI SCENOGRAFICHE



- T=centro della sfera rappresentativa
- R=raggio della sfera rappresentativa
- V=punto di vista
- d=distanza di V da T
- O=Punto antipodale rispetto al punto di vista; generalmente denominato punto di tangenza di coordinate(φ_0,λ_0)
- α=piano di proiezione, normale alla congiungente VT
- α'=piano parallelo a quello di proiezione passante per T
- A=generico punto della sfera di coordinate (φ,λ)
- a=proiezione di A sulla carta di coordinate (x,y)
- Δd=distanza del piano di proiezione dal centro T
- δ=distanza sferica del punto A dal punto di tangenza O

LA PROIEZIONE SCENOGRAFICA E' QUELLA PIU' GENERICA, POTENDO, IL PUNTO DI VISTA, ASSUMERE POSIZIONE CHE VA DALL'INFINITO (ORTOGRAFICA) AL CENTRO DELLA TERRA (CENTROGRAFICA).

PROIEZIONI SCENOGRAFICHE



$$x = D\cos\omega \qquad y = D\sin\omega$$

i triangoli aLV e a'TV sono simili, quindi

$$D = \frac{d + \Delta d}{d}\,\mathrm{D}'$$

e ancora, dalla similitudine dei triangoli a'TV e AQV

$$AQ = R_t \sin\delta$$

$$\frac{\mathrm{D}'}{d} = \frac{AQ}{QV} = \frac{AQ}{QT+TV}$$

$$QT = R_t \cos\delta$$

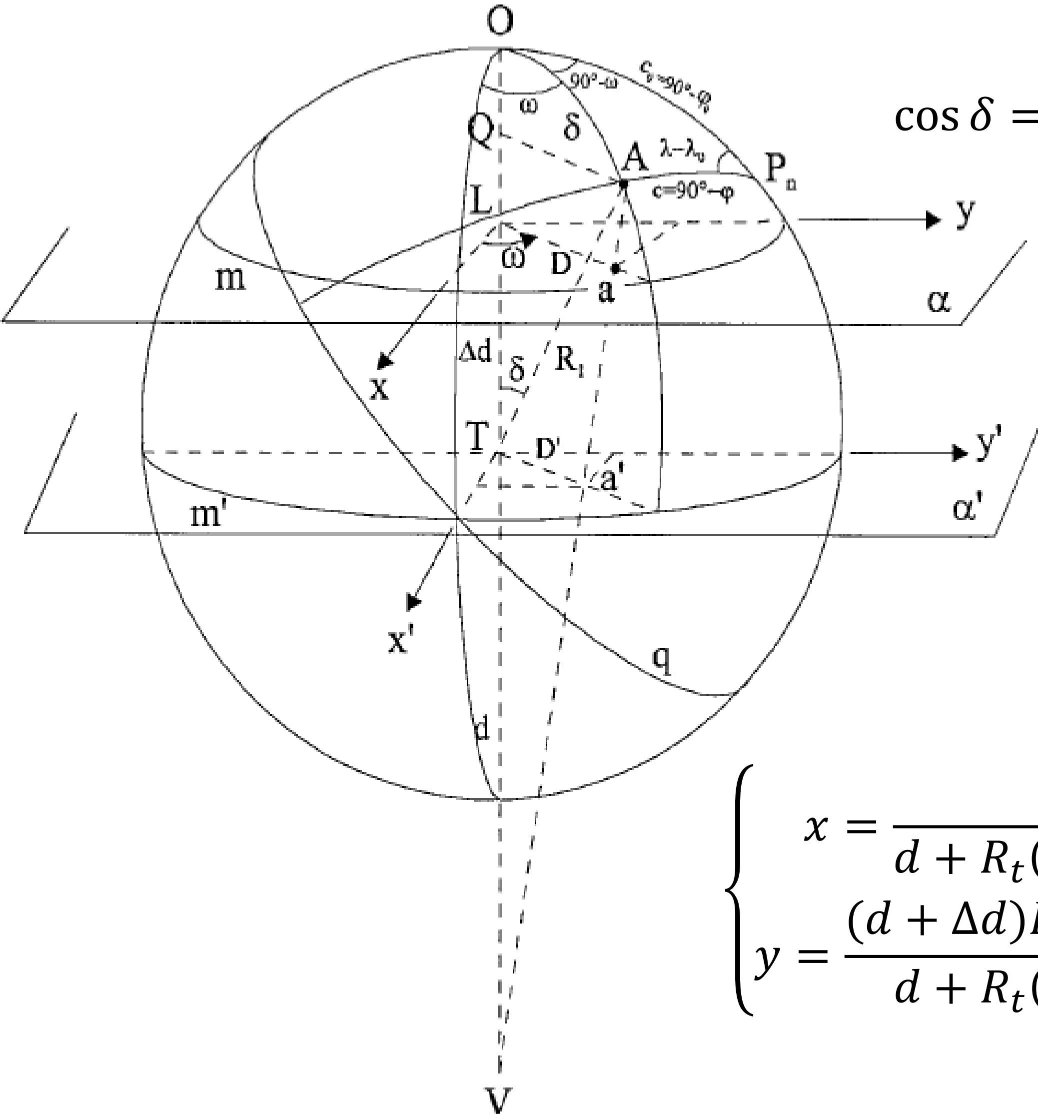
$$\mathrm{D}' = \frac{R_t \sin\delta}{d + R_t\cos\delta}\,d$$

per cui

$$D = \frac{(d + \Delta d)R_t \sin\delta}{d + R_t\cos\delta}$$

$$x = \frac{(d + \Delta d)R_t \sin\delta\cos\omega}{d + R_t\cos\delta} \qquad y = \frac{(d + \Delta d)R_t \sin\delta\sin\omega}{d + R_t\cos\delta}$$

PROIEZIONI SCENOGRAFICHE



Dal triangolo sferico AOPn si ha

$$\sin\delta\sin\omega = \sin\varphi\cos\varphi_o - \sin\varphi_o\cos\varphi\cos(\lambda-\lambda_o)$$

$$\sin\delta\cos\omega = \cos\varphi\sin(\lambda-\lambda_o)$$

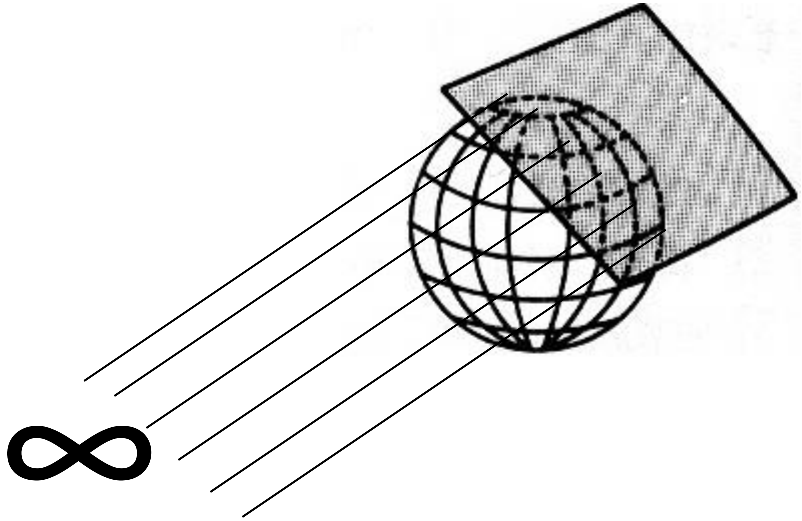
$$\cos\delta = \sin\varphi\sin\varphi_o + \cos\varphi\cos\varphi_o\cos(\lambda-\lambda_o)$$

$$x = \frac{(d+\Delta d)R_t\sin\delta\cos\omega}{d+R_t\cos\delta}$$

$$y = \frac{(d+\Delta d)R_t\sin\delta\sin\omega}{d+R_t\cos\delta}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{(d+\Delta d)R_t\cos\varphi\sin(\lambda-\lambda_o)}{d+R_t(\sin\varphi\sin\varphi_o+\cos\varphi\cos\varphi_o\cos(\lambda-\lambda_o))} \\ y = \dfrac{(d+\Delta d)R_t(\sin\varphi\cos\varphi_o-\sin\varphi_o\cos\varphi\cos(\lambda-\lambda_o))}{d+R_t(\sin\varphi\sin\varphi_o+\cos\varphi\cos\varphi_o\cos(\lambda-\lambda_o))} \end{cases}$$

ORTOGRAFICA ORIZZONTALE



TUTTE LE CARTE PROSPETTICHE POSSONO ESSERE CONSIDERATE COME CASI PARTICOLARI DELLA SCENOGRAFICA

ORTOGRAFICA		ORIZZONTALE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	Punto Tangenza O	
d	Δd	φ_0	λ_0
$\rightarrow\infty$	Δd	φ_0	λ_0

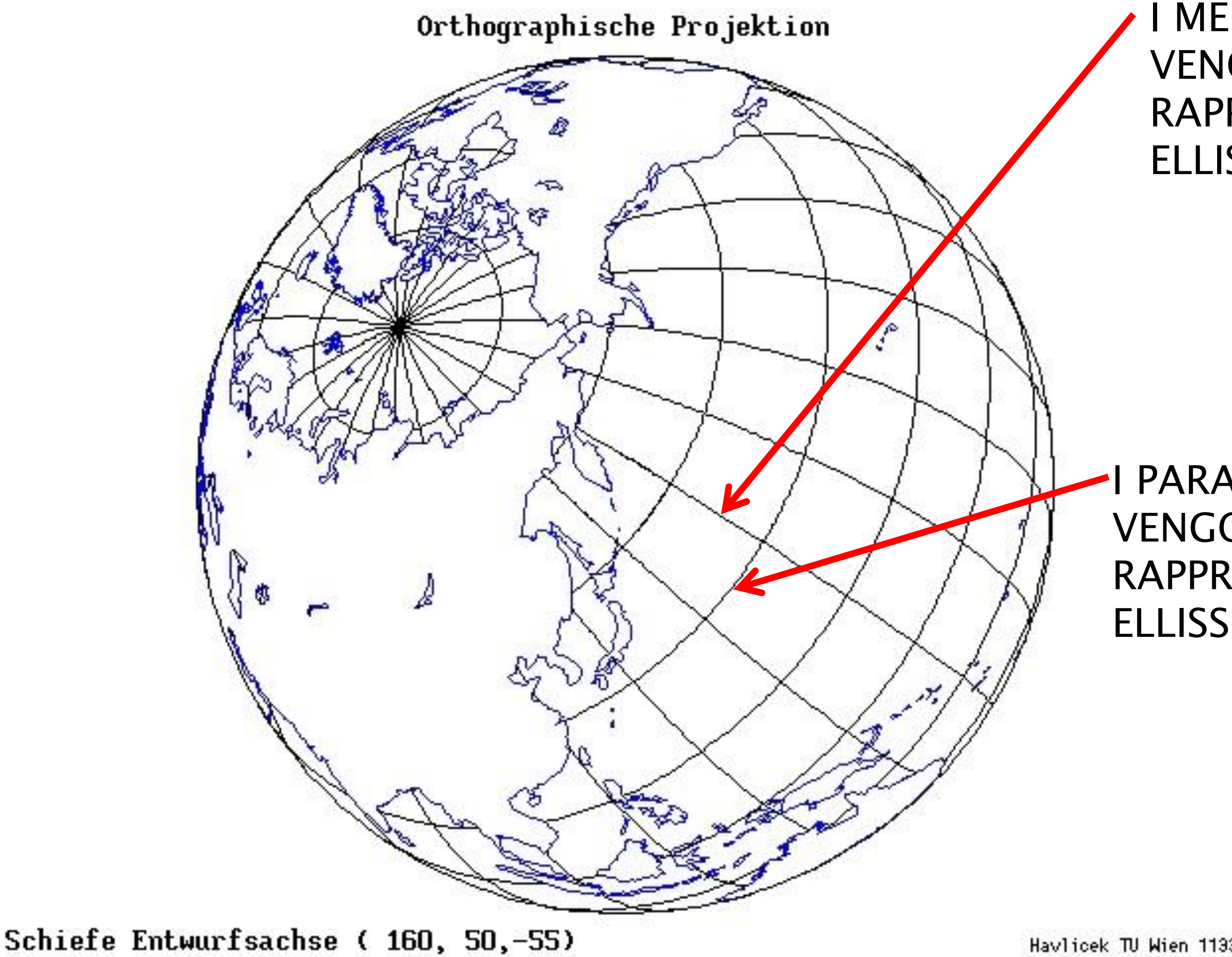
APPLICANDO IL LIMITE PER LA DISTANZA DEL PUNTO DI VISTA CHE TENDE ALL'INFINITO ALLE EQUAZIONI DELLA SCENOGRAFICA E SUPPONENDO UNITARIO IL RAGGIO TERRESTRE R_t

$$\begin{cases} x = \lim_{d\to\infty}\left\{\dfrac{\left[(d+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[d+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}\right\} \\ y = \lim_{d\to\infty}\left\{\dfrac{(d+\Delta d)\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[d+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}\right\} \end{cases}$$

SI OTTENGONO LE RELAZIONI DI CORRISPONDENZA DELLA CARTA ORTOGRAFICA ORIZZONTALE

$$\begin{cases} x = (\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda) \\ y = \left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right] \end{cases}$$

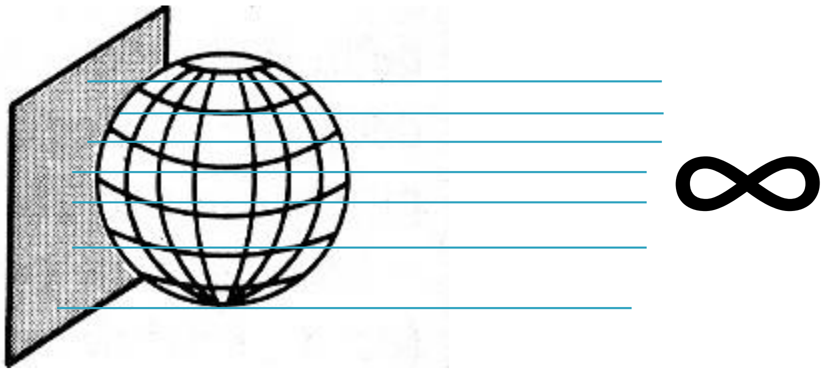
ORTOGRAFICA ORIZZONTALE



I MERIDIANI VENGONO RAPPRESENTATI DA ELLISSI

I PARALLELI VENGONO RAPPRESENTATI DA ELLISSI

ORTOGRAFICA MERIDIANA



L'ORTOGRAFICA MERIDIANA HA PUNTO DI VISTA ALL'INFINITO E PUNTO DI TANGENZA SULL'EQUATORE

ORTOGRAFICA		MERIDIANA	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
$\rightarrow\infty$	R	0°	λ_0

NELLE EQUAZIONI DI CORRISPONDENZA DELL'ORTOGRAFICA

$$\begin{cases} x = (\cos\varphi \cdot sen\Delta\lambda) \\ y = [(sen\varphi \cdot \cos\varphi_0) - (\cos\varphi \cdot sen\varphi_0 \cdot \cos\Delta\lambda)] \end{cases}$$

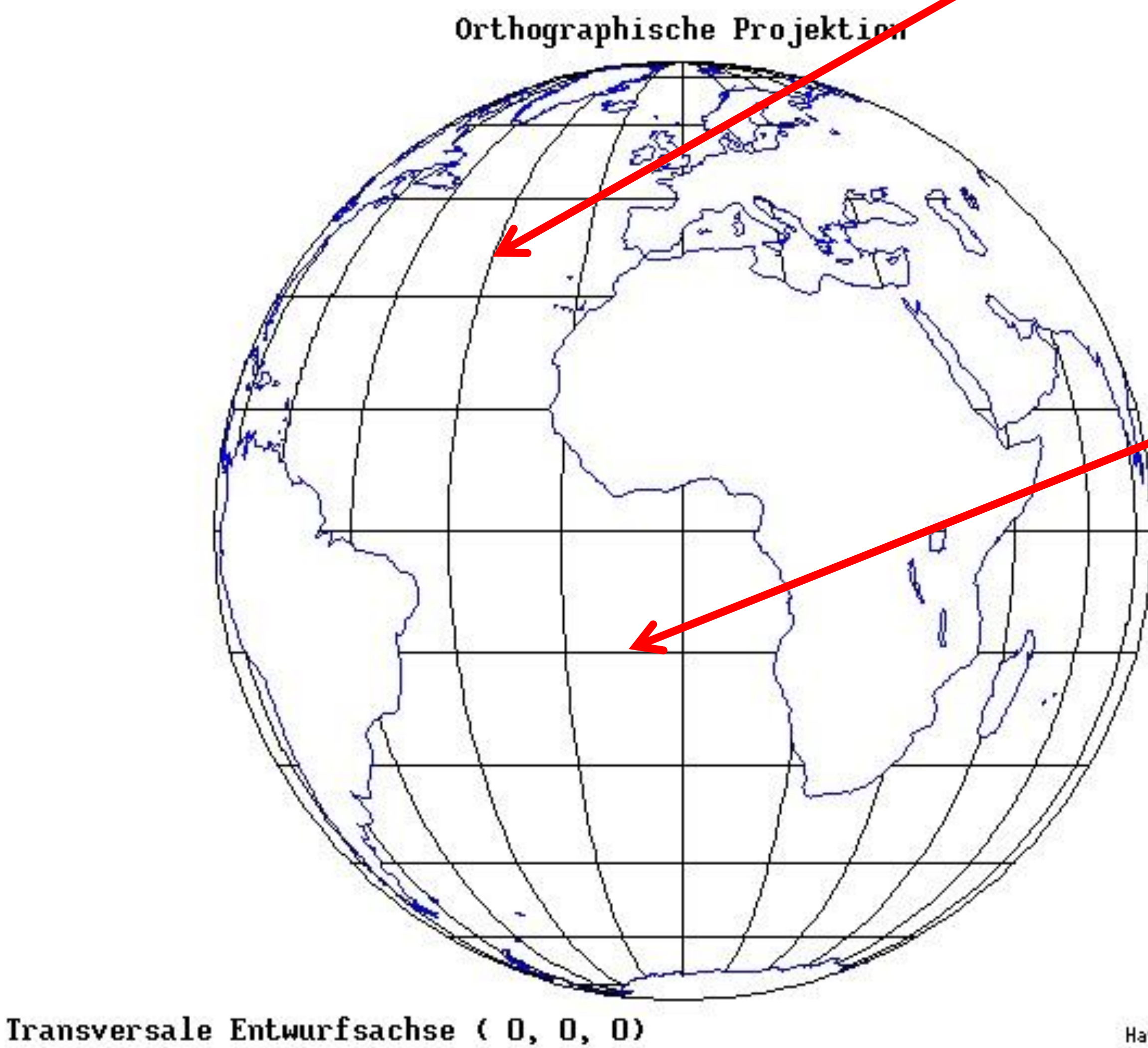
IMPONIAMO $\varphi_0 = 0°$

$$\begin{cases} x = (\cos\varphi \cdot sen\Delta\lambda) \\ y = [(sen\varphi \cdot \cos 0) - (\cos\varphi \cdot sen0 \cdot \cos\Delta\lambda)] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \cos\varphi \cdot sen\Delta\lambda \\ y = sen\varphi \end{cases}$$

ORTOGRAFICA MERIDIANA

I MERIDIANI SI TRASFORMANO IN ELLISSI

$$\frac{x^2}{sen^2\Delta\lambda} + y^2 = 1$$



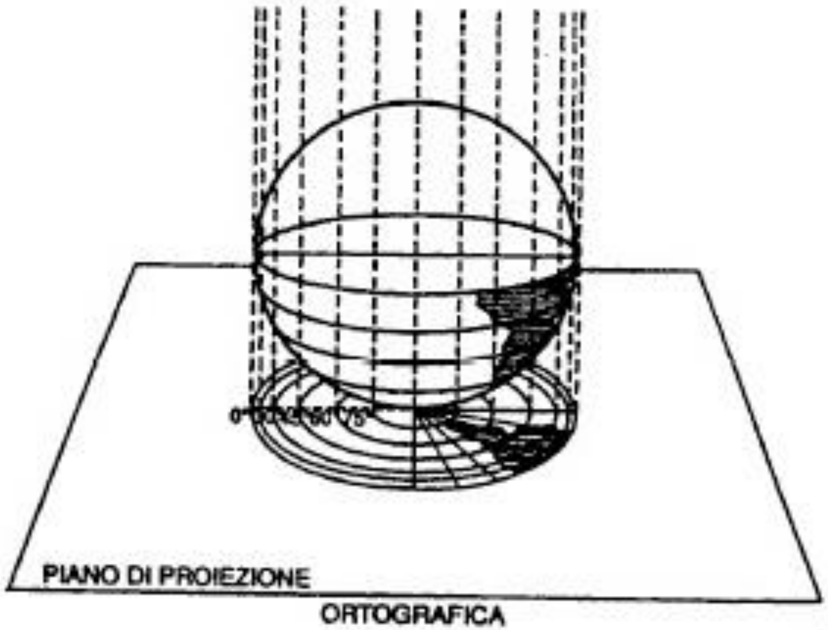
I PARALLELI SI TRASFORMANO IN RETTE PARALLELE ALL’ASSE x

$$y = sen\varphi$$

ORTOGRAFICA POLARE

L'ORTOGRAFICA POLARE HA PUNTO DI VISTA ALL'INFINITO E PUNTO DI TANGENZA AL POLO

ORTOGRAFICA		POLARE E ORIZZONTALE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA	
d	Δd	φ_0	λ_0
$\rightarrow\infty$	R	90°	λ_0



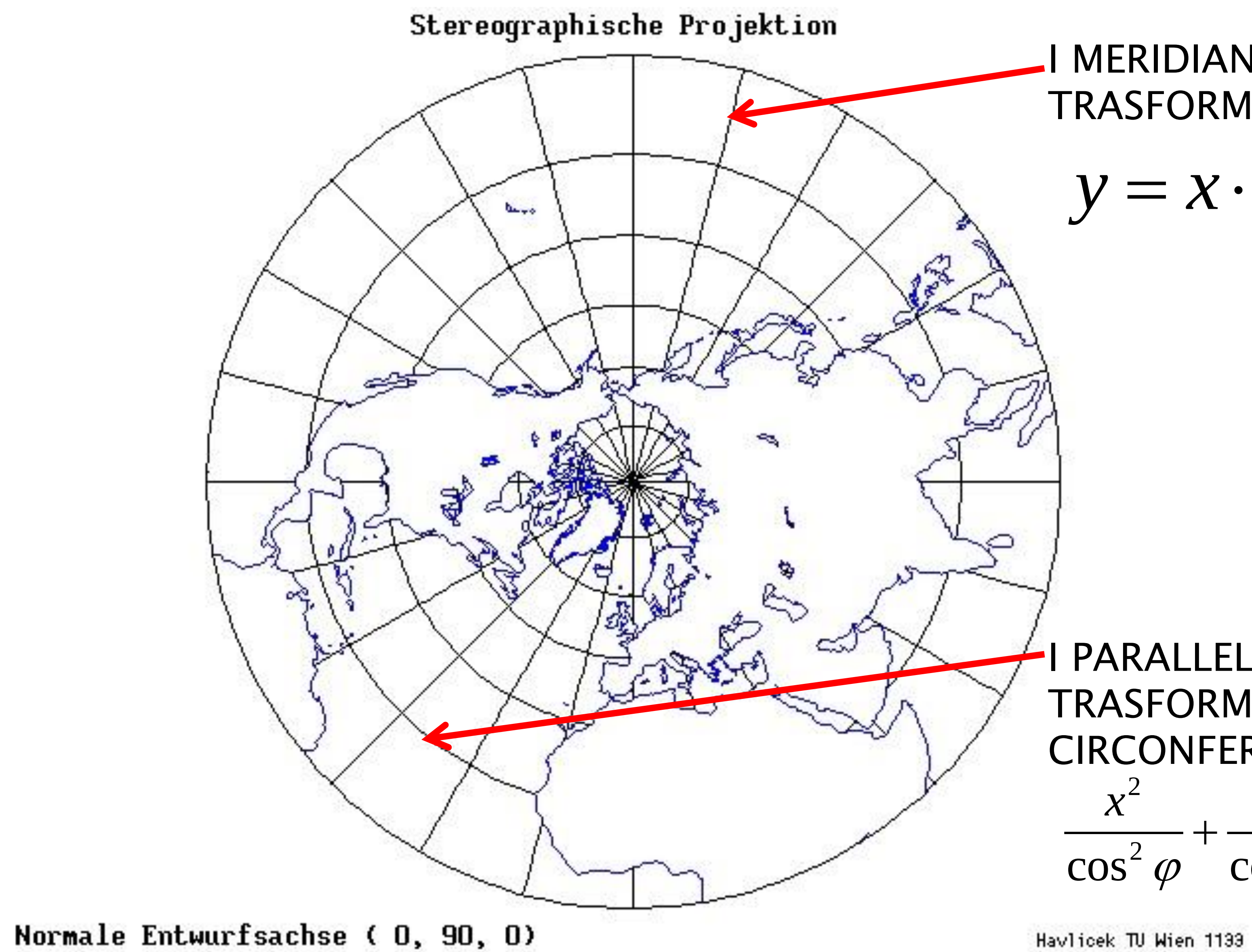
NELLE EQUAZIONI DI CORRISPONDENZA DELL'ORTOGRAFICA

$$\begin{cases} x = (\cos\varphi \cdot sen\Delta\lambda) \\ y = [(sen\varphi \cdot \cos\varphi_0) - (\cos\varphi \cdot sen\varphi_0 \cdot \cos\Delta\lambda)] \end{cases}$$

IMPONIAMO $\varphi_0 = 90°$

$$\begin{cases} x = (\cos\varphi \cdot sen\Delta\lambda) \\ y = [(sen\varphi \cdot \cos 90) - (\cos\varphi \cdot sen 90 \cdot \cos\Delta\lambda)] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \cos\varphi \cdot sen\Delta\lambda \\ y = -\cos\varphi \cdot \cos\Delta\lambda \end{cases}$$

ORTOGRAFICA POLARE



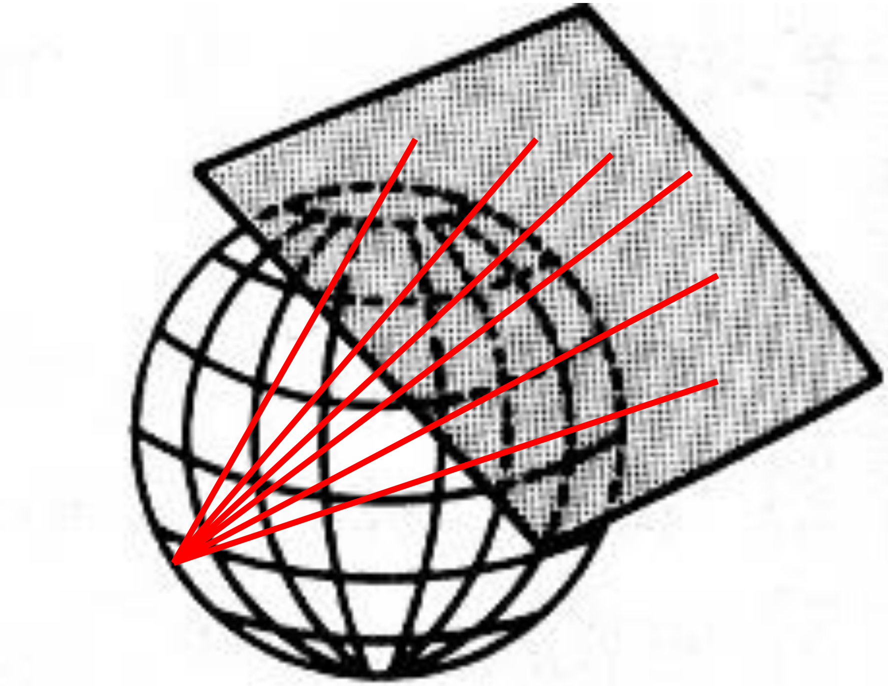
I MERIDIANI SI TRASFORMANO IN RETTE

$$y = x \cdot \tan \Delta\lambda$$

I PARALLELI SI TRASFORMANO IN CIRCONFERENZE

$$\frac{x^2}{\cos^2\varphi} + \frac{y^2}{\cos^2\varphi} = 1$$

STEREOGRAFICA ORIZZONTALE



LA STEREOGRAFICA ORIZZONTALE HA PUNTO DI VISTA SULLA TERRA (d=R) E PUNTO DI TANGENZA IN UN PUNTO QUALSIASI (DIVERSO DAL POLO E DALL'EQUATORE)

STEREOGRAFICA		ORIZZONTALE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
R	Δd	φ_0	λ_0

DALLE EQUAZIONI DELLA SCENOGRAFICA ORIZZONTALE

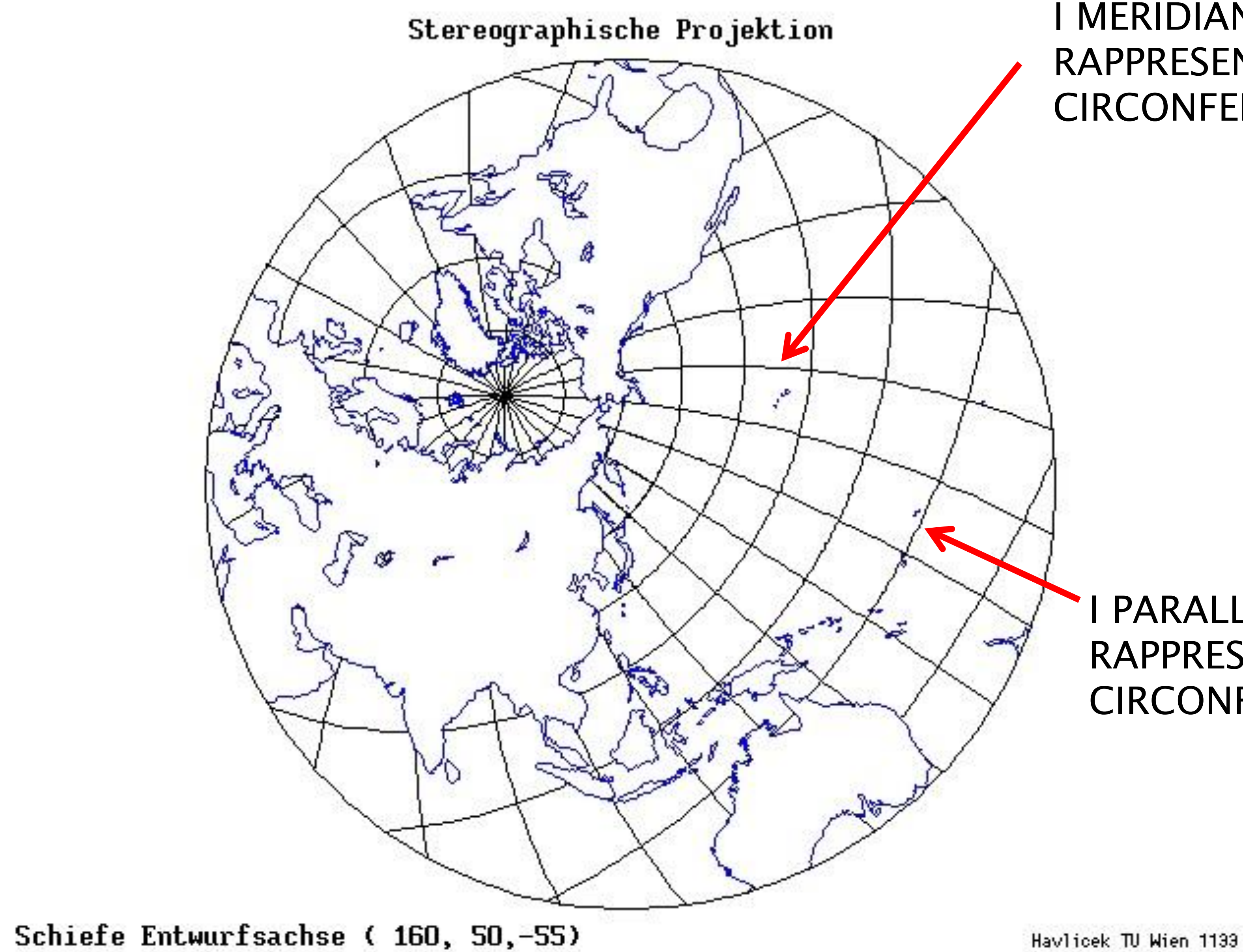
$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(d+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[d+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{(d+\Delta d)\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[d+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

IMPONENDO d=R OVVERO IL RAGGIO DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA SI HA:

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(R+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{(R+\Delta d)\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

SI PUO' IMPOSTARE IL RAGGIO DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA R=1

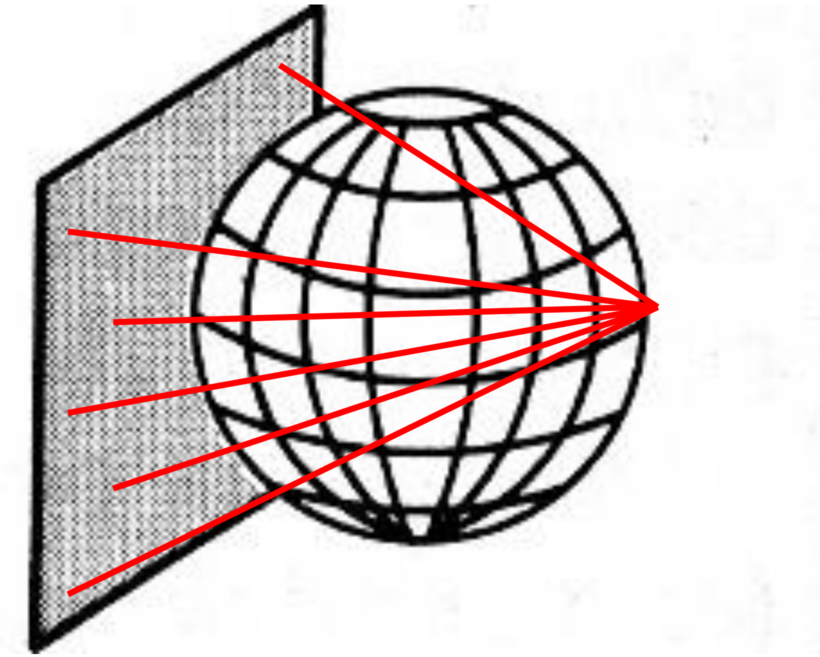
STEREOGRAFICA ORIZZONTALE



I MERIDIANI SONO RAPPRESENTATI COME CIRCONFERENZE

I PARALLELI SONO RAPPRESENTATI COME CIRCONFERENZE

STEREOGRAFICA MERIDIANA



LA STEREOGRAFICA MERIDIANA HA PUNTO DI VISTA SULLA TERRA (d=R) E PUNTO DI TANGENZA SULL'EQUATORE

STEREOGRAFICA		MERIDIANA	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
R	Δd	0°	λ_0

DALLE EQUAZIONI DELLA STEREOGRAFICA ORIZZONTALE

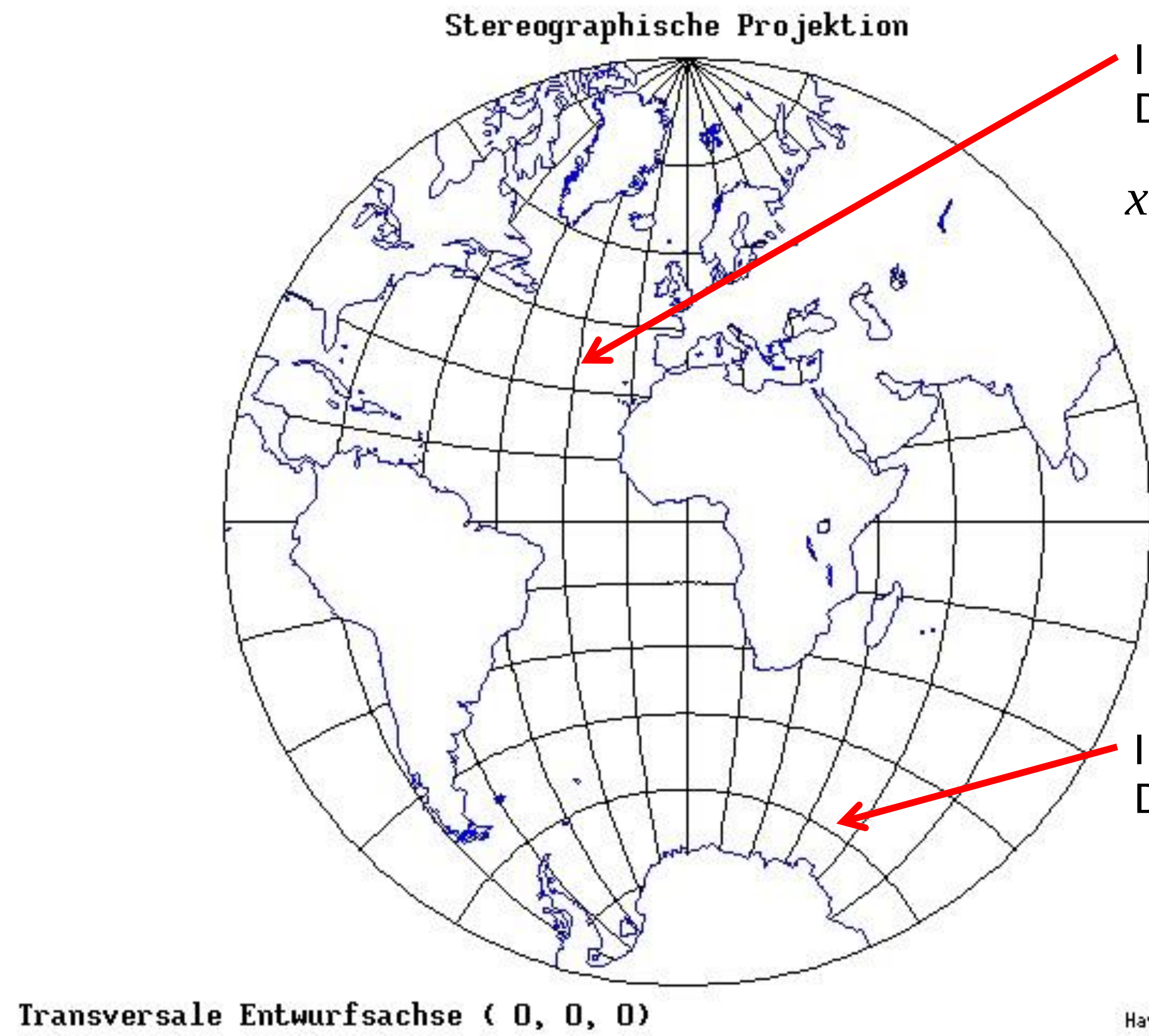
$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(R+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{(R+\Delta d)\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

PER $\varphi_0=0°$ SI HA:

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(R+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(\cos\varphi\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{(R+\Delta d)\cdot(sen\varphi)}{\left[R+(\cos\varphi\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

POTREMMO IMPOSTARE IL RAGGIO DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA R=1

STEREOGRAFICA MERIDIANA



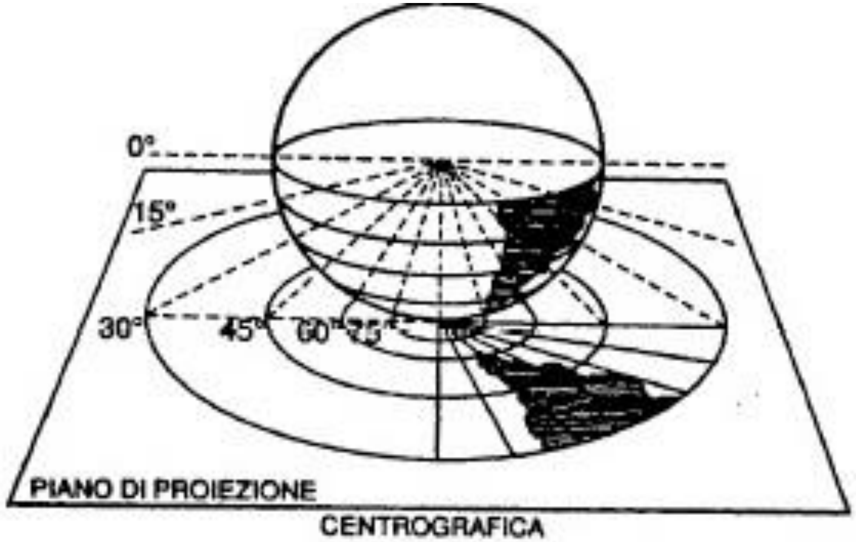
I MERIDIANI SONO DELLE CIRCONFERENZE

$$x^2 + y^2 + 2 \cdot x \cdot \cot \Delta\lambda = 1$$

I PARALLELI SONO DELLE CIRCONFERENZE

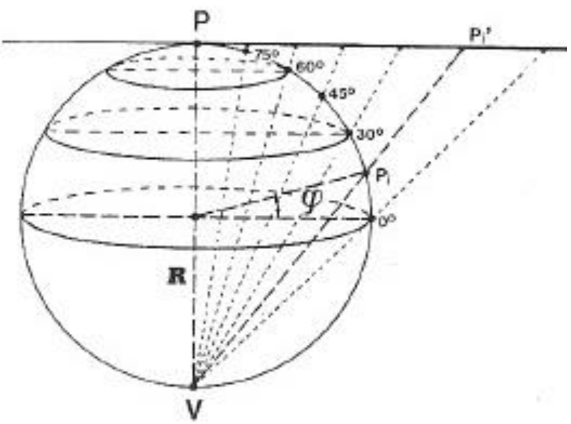
$$x^2 + y^2 - \frac{2 \cdot y}{sen\varphi} = -1$$

STEREOGRAFICA POLARE



LA STEREOGRAFICA POLARE HA PUNTO DI VISTA SU DI UN POLO E QUADRO SUL POLO OPPOSTO (d=R , Δd=R),

STEREOGRAFICA		POLARE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
R	R	90°	λ_0



DALLE EQUAZIONI DELLA STEREOGRAFICA ORIZZONTALE

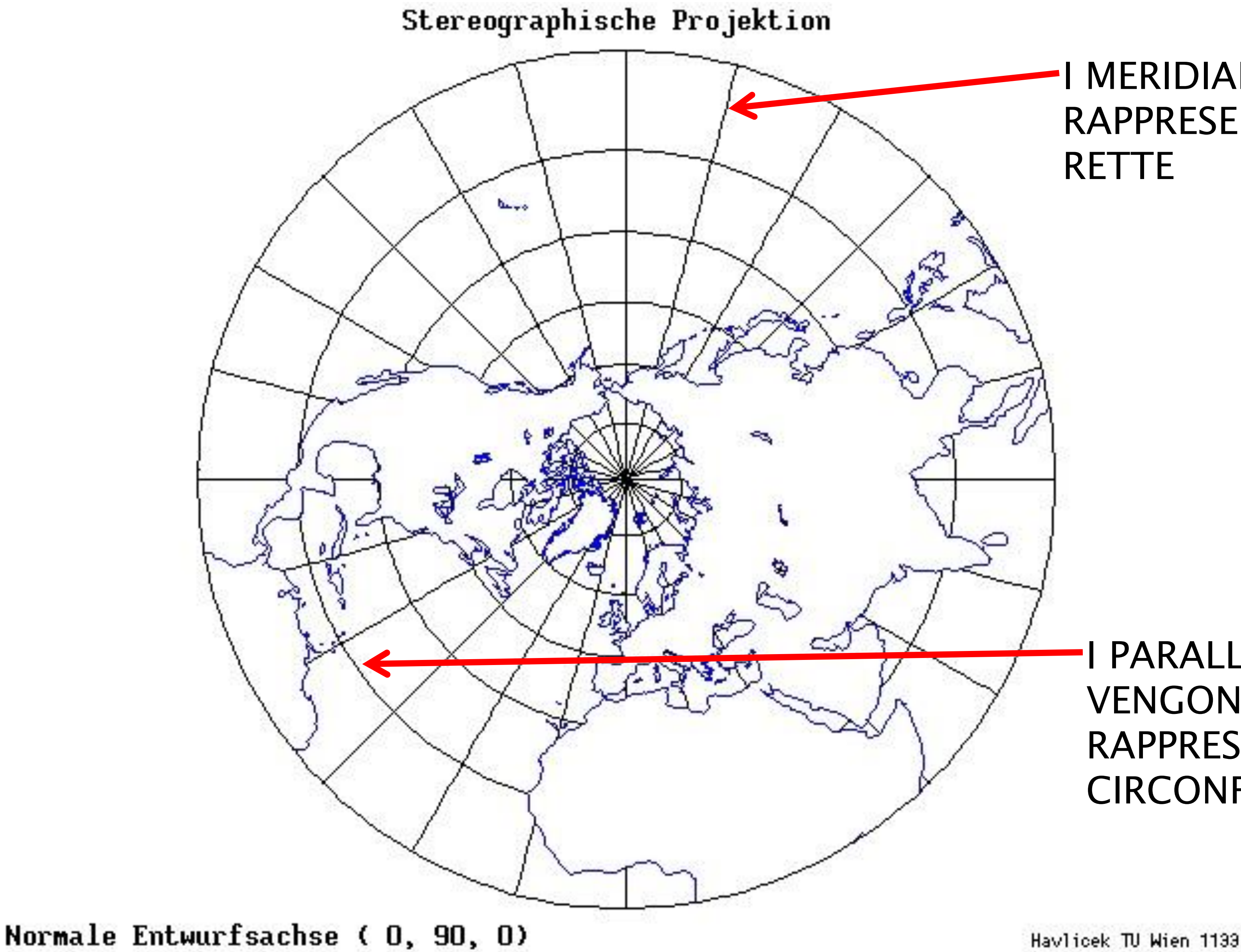
$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(R+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{(R+\Delta d)\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[R+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

PER φ_0=90° E Δd=R SI HA:

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(2\cdot R)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[R+sen\varphi\right]} \\ y = \dfrac{-(2\cdot R)\cdot\left[(\cos\varphi\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[R+sen\varphi\right]} \end{cases}$$

POTREMMO IMPOSTARE IL RAGGIO DELLA SFERA RAPPRESENTATIVA R=1

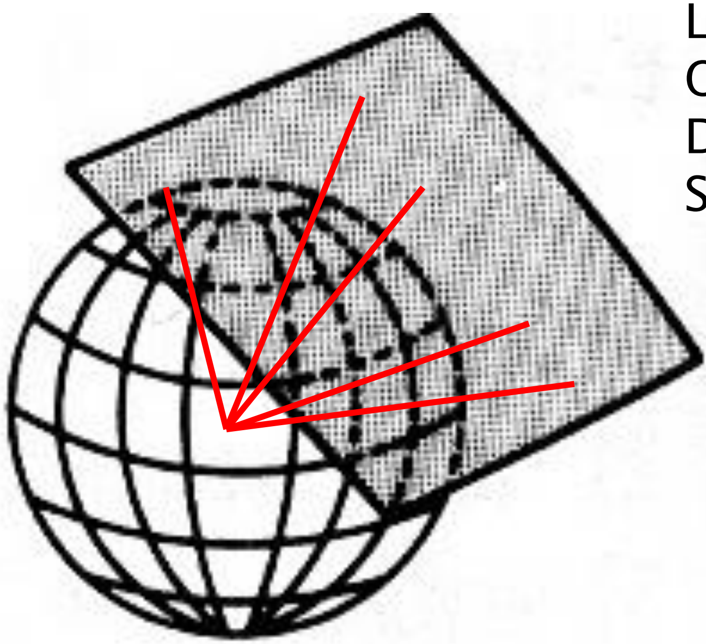
STEREOGRAFICA POLARE



I MERIDIANI VENGONO RAPPRESENTATI DA RETTE

I PARALLELI VENGONO RAPPRESENTATI DA CIRCONFERENZE

GNOMONICA ORIZZONTALE



LA GNOMONICA O CENTROGRAFICA ORIZZONTALE HA PUNTO DI VISTA AL CENTRO DELLA TERRA (d=0) E QUADRO SULLA SUPERFICIE Δd=R

GNOMONICA		ORIZZONTALE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
0	R	φ_0	λ_0

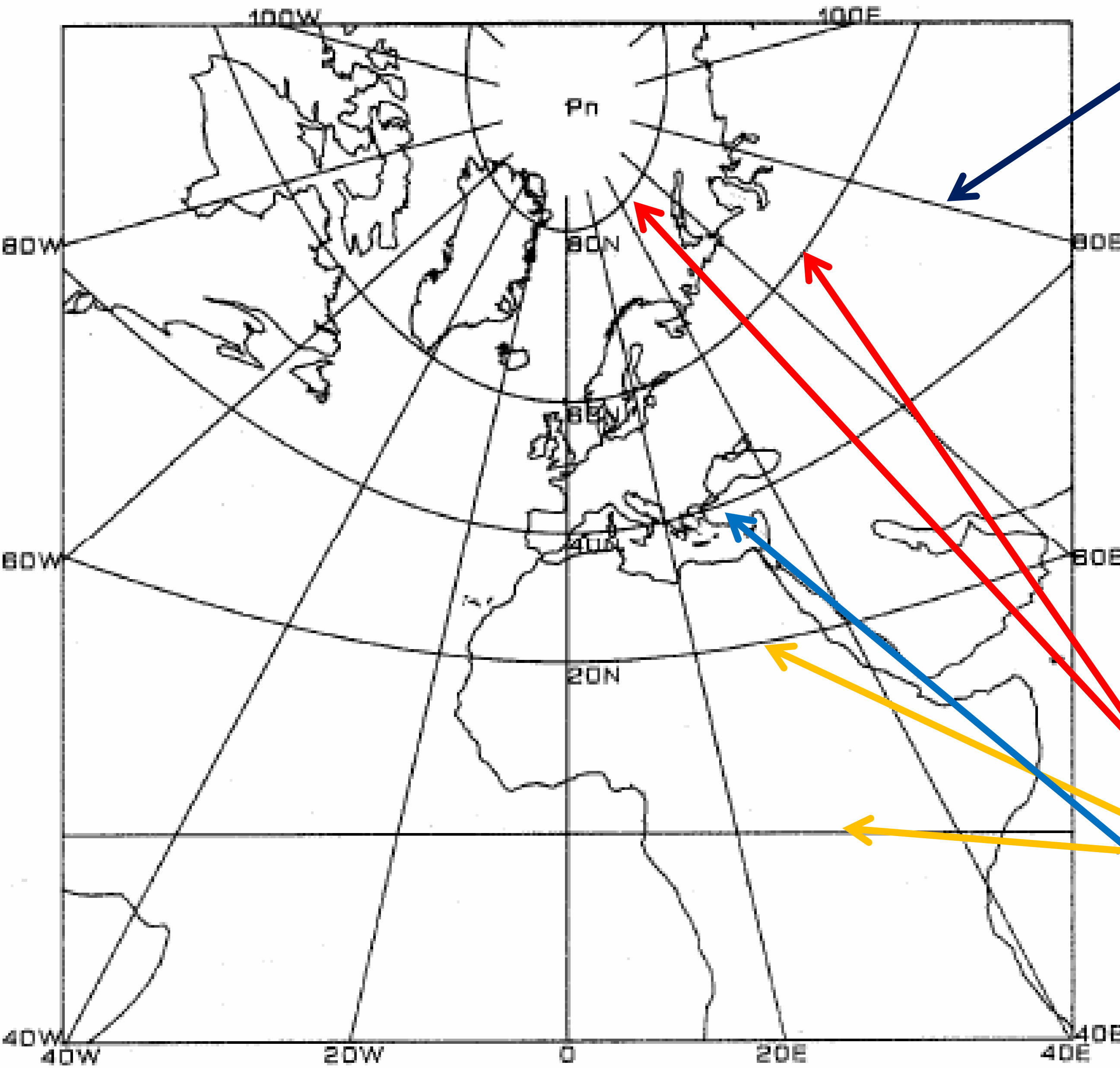
SOSTITUENDO QUESTI VALORI NELLE EQUAZIONI DELLA SCENOGRAFICA

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[(d+\Delta d)\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[d+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{(d+\Delta d)\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[d+(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

SI OTTENGONO LE RELAZIONI DI CORRISPONDENZA DELLA GNOMONICA ORIZZONTALE

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[R\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{R\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

GNOMONICA ORIZZONTALE

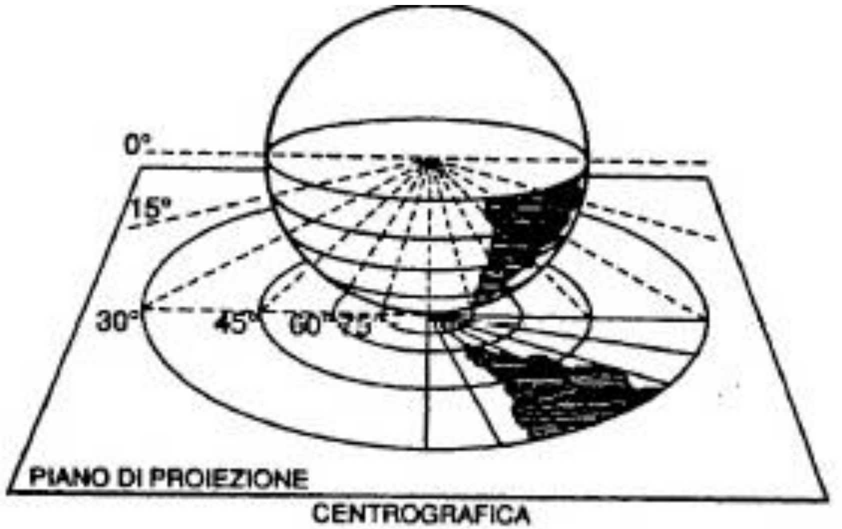


I MERIDIANI VENGONO RAPPRESENTATI DA RETTE

I PARALLELI VENGONO RAPPRESENTATI DA CONICHE CHE SONO:
ELLISSI,
IPERBOLI E UNA
PARABOLA

GNOMONICA POLARE

LA GNOMONICA POLARE HA PUNTO DI VISTA AL CENTRO DELLA TERRA (d=0) E QUADRO PERPENDICOLARE ALL'ASSE TERRESTRE E TANGENTE AL POLO Δd=R A LATITUDINE $\varphi_0=90°$



GNOMONICA		ORIZZONTALE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
0	R	90°	λ_0

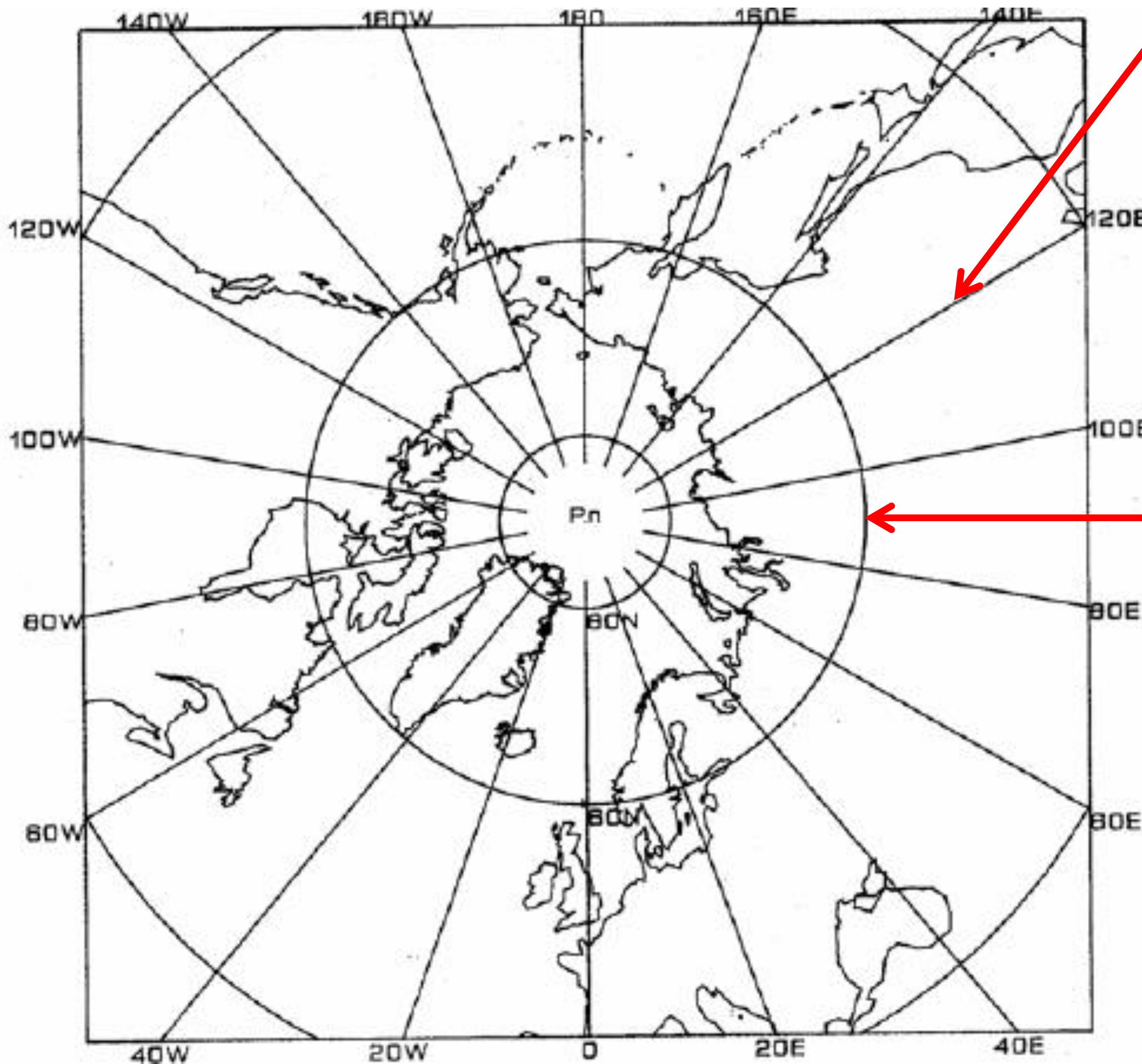
SOSTITUENDO $\varphi_0=90°$ NELLE EQUAZIONI DELLA GNOMONICA ORIZZONTALE

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[R\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{R\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

SI OTTENGONO LE RELAZIONI DI CORRISPONDENZA DELLA GNOMONICA POLARE

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[R\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{(sen\varphi)} \\ y = \dfrac{R\cdot\left[-(\cos\varphi\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{(sen\varphi)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{R\cdot sen\Delta\lambda}{\tan\varphi} \\ y = -\dfrac{R\cdot\cos\Delta\lambda}{\tan\varphi} \end{cases}$$

GNOMONICA POLARE



I MERIDIANI VENGONO RAPPRESENTATI DA RETTE

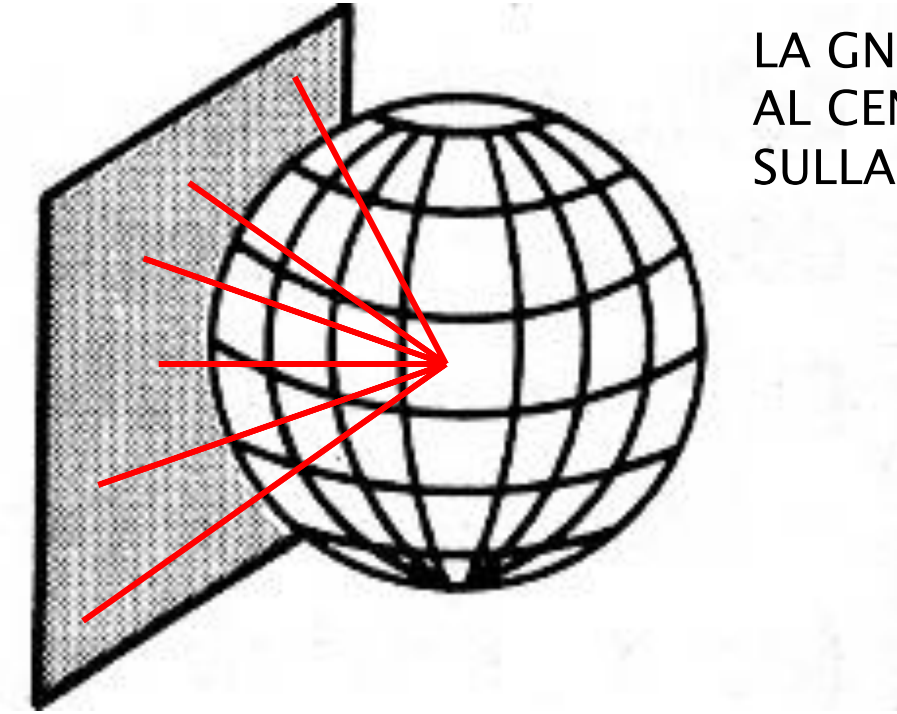
$$y = -\frac{x}{\tan \Delta\lambda}$$

I PARALLELI VENGONO RAPPRESENTATI DA CIRCONFERENZE

$$x^2 + y^2 = \frac{R^2}{\tan^2 \varphi}$$

DI RAGGIO R/tanφ

GNOMONICA MERIDIANA (HILLERET)



LA GNOMONICA MERIDIANA HA PUNTO DI VISTA AL CENTRO DELLA TERRA (d=0) E QUADRO SULLA SUPERFICIE Δd=R A LATITUDINE $\varphi_0=0°$

GNOMONICA		ORIZZONTALE	
PUNTO DI VISTA	QUADRO	PUNTO DI TANGENZA O	
d	Δd	φ_0	λ_0
0	R	0°	λ_0

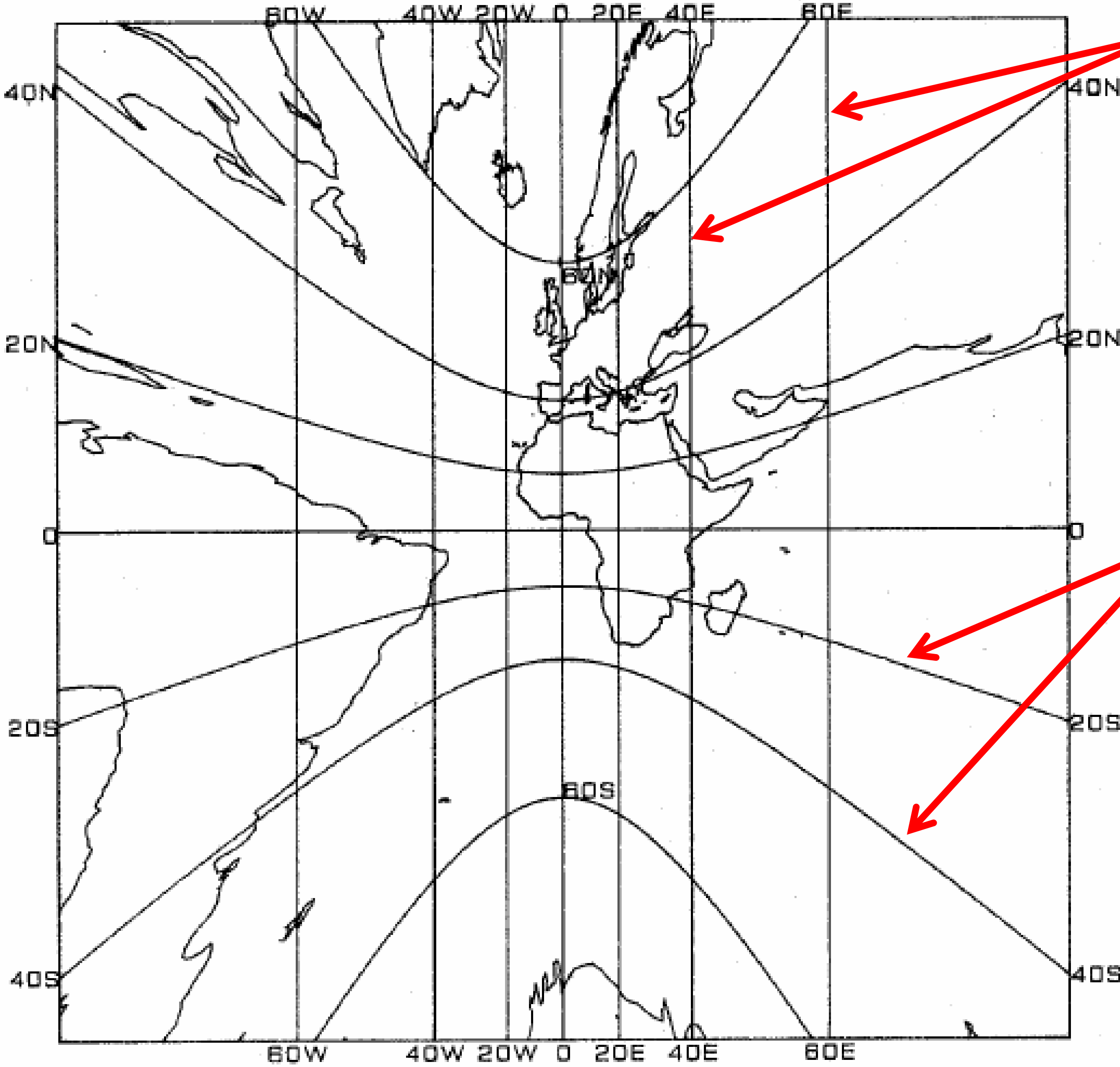
SOSTITUENDO $\varphi_0=0°$ NELLE EQUAZIONI DELLA GNOMONICA ORIZZONTALE

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[R\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{R\cdot\left[(sen\varphi\cdot\cos\varphi_0)-(\cos\varphi\cdot sen\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]}{\left[(sen\varphi\cdot sen\varphi_0)+(\cos\varphi\cdot\cos\varphi_0\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases}$$

SI OTTENGONO LE RELAZIONI DI CORRISPONDENZA DELLA GNOMONICA MERIDIANA

$$\begin{cases} x = \dfrac{\left[R\cdot(\cos\varphi\cdot sen\Delta\lambda)\right]}{\left[(\cos\varphi\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \\ y = \dfrac{R\cdot\left[(sen\varphi)\right]}{\left[(\cos\varphi\cdot\cos\Delta\lambda)\right]} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = R\cdot\tan\Delta\lambda \\ y = \dfrac{R\cdot\tan\varphi}{\cos\Delta\lambda} \end{cases}$$

GNOMONICA MERIDIANA (HILLERET)



I MERIDIANI VENGONO RAPPRESENTATI DA RETTE PARALLELA ALL'ASSE y

$$x = \tan \Delta\lambda$$

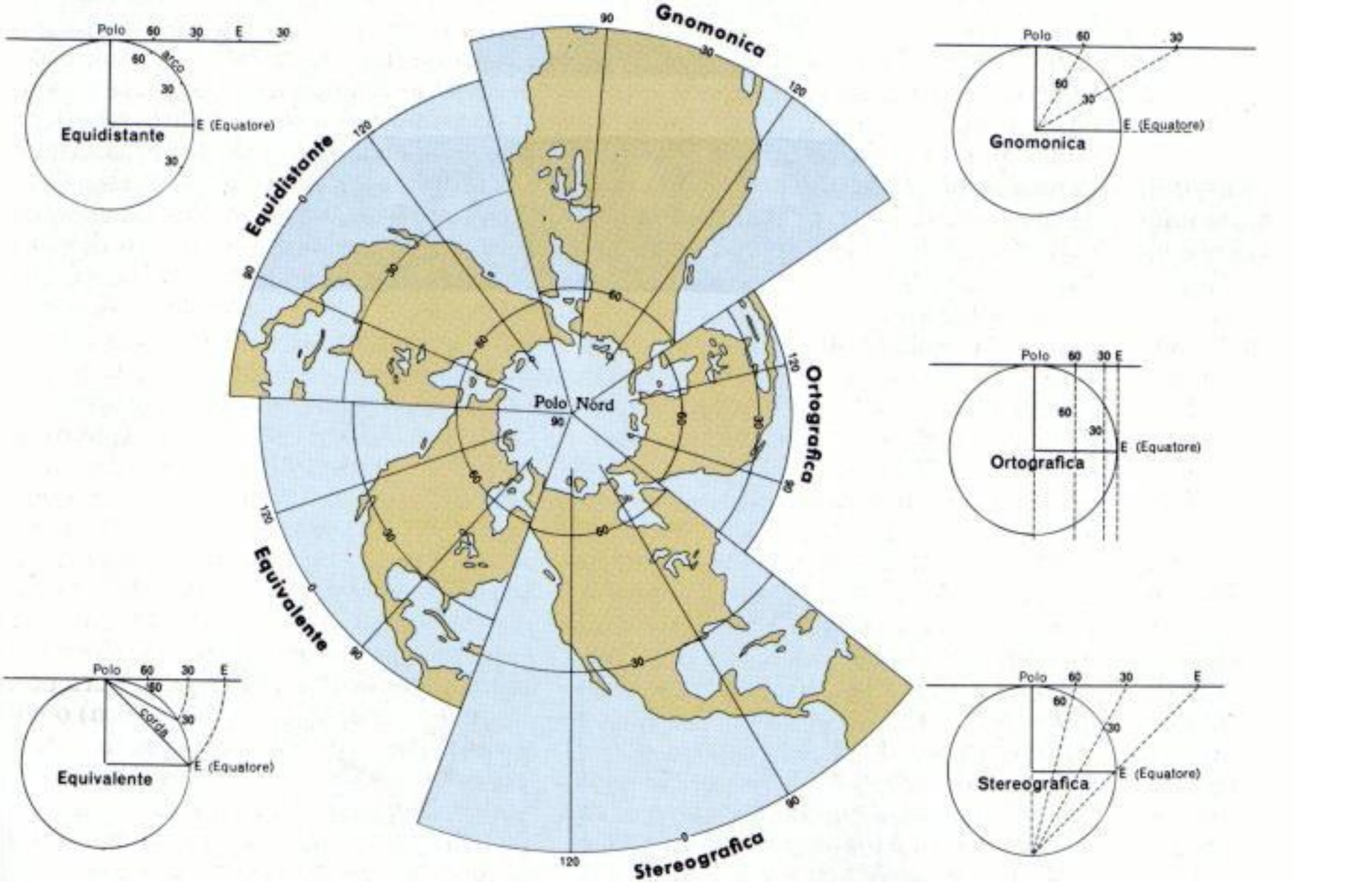
I PARALLELI VENGONO RAPPRESENTATI DA IPERBOLI

$$\frac{y}{\tan^2 \varphi} - x^2 = 1$$

RIASSUMENDO LE PROPRIETA'…

CARTA	ORTOGRAFICA	STEREOGRAFICA	GNOMONICA
ISOGONA	NO	SI	NO
EQUIDISTANTE	NO	NO	NO
EQUIVALENTE	NO	NO	NO
ALTRE PROPRIETA'		CONSERVA TUTTE LE CIRCONFERENZE	RETTIFICA LE CIRCONFERENZE MASSIME (EQUATORE, MERIDIANI, ORTODROMIE)

PROSPETTICHE POLARI



COSTRUZIONE GNOMONICA POLARE

PARTIAMO DALLE EQUAZIONI DEI PARALLELI E DEI MERIDIANI DELLA GNOMONICA POLARE

EQUAZIONE DEI MERIDIANI $\Longrightarrow$ $y = -\dfrac{x}{\tan \Delta\lambda}$

EQUAZIONE DEI PARALLELI $\Longrightarrow$ $x^2 + y^2 = \dfrac{R^2}{\tan^2 \varphi}$

LA GNOMONICA POLARE NON E’ ISOGONA E QUINDI I MODULI DI DEFORMAZIONE LINEARE PER I MERIDIANI ED I PARALLELI SONO DIVERSI TRA LORO

MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE PER I MERIDIANI $\Longrightarrow$ $n_M = \dfrac{1}{sen^2\varphi}$

MODULO DI DEFORMAZIONE LINEARE PER I PARALLELI $\Longrightarrow$ $n_P = \dfrac{1}{sen\varphi}$

COSTRUZIONE GNOMONICA POLARE

Costruire il reticolato di una carta gnomonica polare, relativa ad una sfera terrestre rappresentativa di raggio 150 mm, limitata dal parallelo 45° N tracciando meridiani e paralleli ad intervalli di 15°.

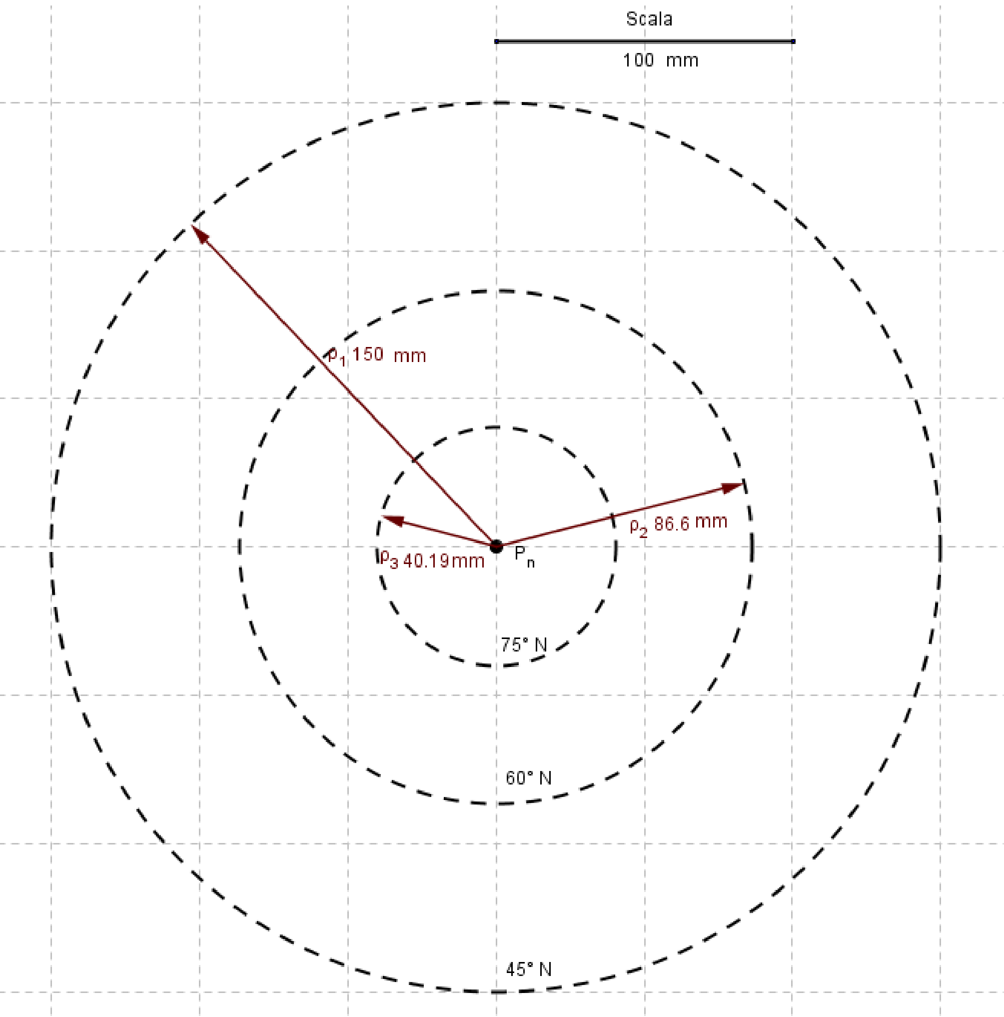
PER QUANTO RIGUARDA I PARALLELI, IL RAGGIO DIPENDE DALLA LATITUDINE

$$\rho = \frac{R}{\tan \varphi}$$

φ	ρ
90°	0
85°	150/11,43005=**13,1 mm**
80°	150/5,67128=**26,4 mm**
75°	150/3,73205=**40,2 mm**
70°	150/2,74748=**54,6 mm**
65°	150/2,14451=**69,9 mm**
60°	150/1,73205=**86,6 mm**
55°	150/1,42815=**105,0 mm**
50°	150/1,19175=**126,9 mm**
45°	150/1=**150 mm**

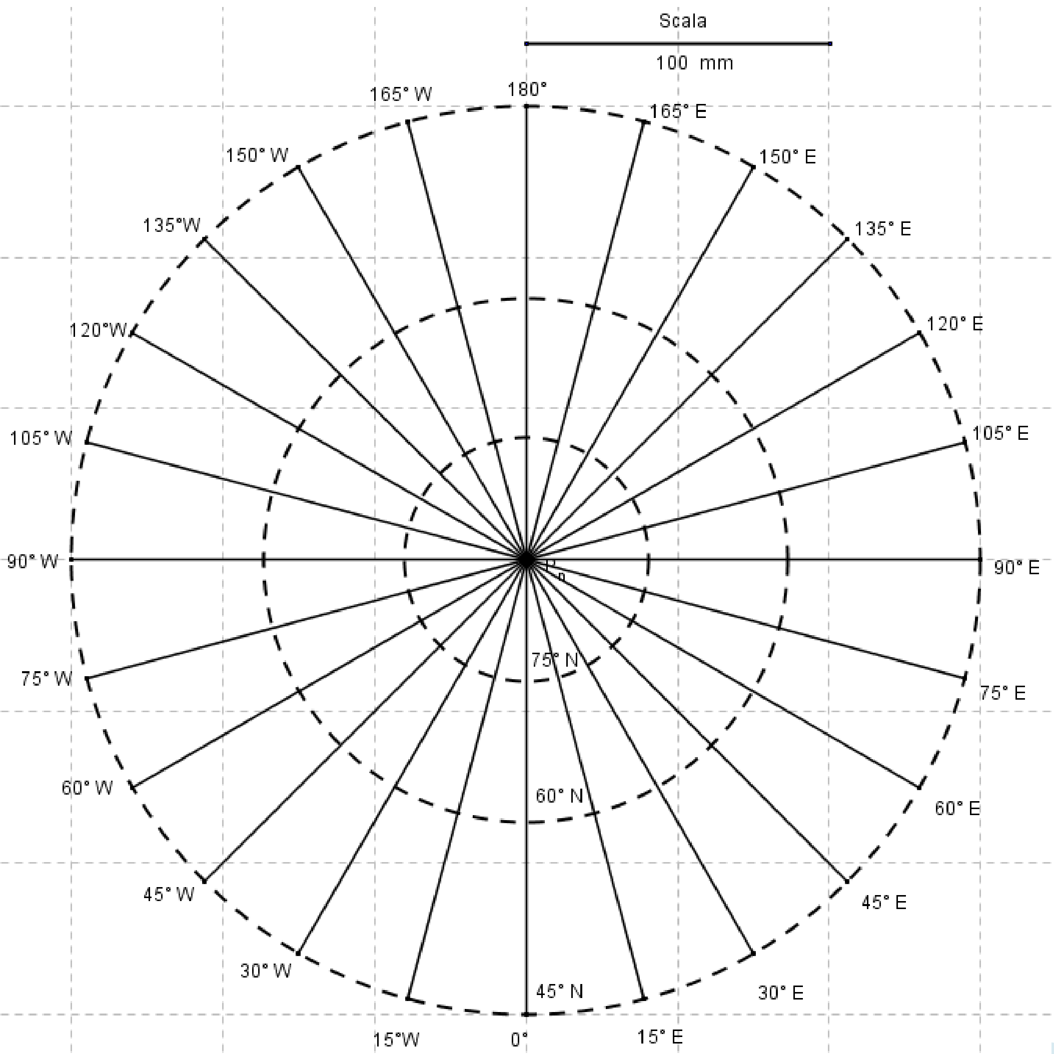
COSTRUZIONE GNOMONICA POLARE

Costruire il reticolato di una carta gnomonica polare, relativa ad una sfera terrestre rappresentativa di raggio 150 mm, limitata dal parallelo 45° N tracciando meridiani e paralleli ad intervalli di 15°.



COSTRUZIONE GNOMONICA POLARE

Costruire il reticolato di una carta gnomonica polare, relativa ad una sfera terrestre rappresentativa di raggio 150 mm, limitata dal parallelo 45° N tracciando meridiani e paralleli ad intervalli di 15°.



PER QUANTO RIGUARDA I MERIDIANI

$$y = -\frac{x}{\tan \Delta\lambda}$$

OVVERO BISOGNA TRACCIARE DEI SEGMENTI RETTILINEI CHE PARTONO DAL POLO E CHE SONO SPAZIATI DI 15° CIASCUNO (COME RICHIESTO DALLA TRACCIA)