

ESERCIZIO 1

Il signor Rossi chiede in prestito a Banca Verde 10 000 euro, da restituirsi dopo un anno e 3 mesi con un interesse di 840 euro. Si calcolino il tasso di interesse periodale j e il tasso di interesse annuo composto dell'operazione.

Banca Blu è disponibile a prestare la stessa somma per lo stesso periodo e applica un tasso di interesse annuo semplice del 7.1%. Calcolare il tasso di interesse periodale j_B e il tasso di interesse annuo composto i^*_B dell'operazione proposta da Banca Blu.

Quale banca sceglierà il sig. Rossi, e perché?

ESERCIZIO 2

Il Ministero del Tesoro propone in asta di emissione BTP con varie scadenze. Determinare per ogni titolo il prezzo di emissione tale che il tasso di interesse sia il 6.5% per ciascun BTP.

Scadenza (anni)	Nominale (euro)	Tasso nom. Annuo (%)
3	100	5
7	100	6
10	100	7

ESERCIZIO 3

Una banca propone in prestito 15 000 euro a un imprenditore, da restituirsi dopo T anni con un interesse di 5 000 euro. Si determini T , sapendo che il tasso annuo composto del prestito è $i = 4\%$.

Un'altra banca propone in prestito la stessa somma per T_0 anni, al tasso annuo semplice $i_0 = 5\%$. Determinare T_0 in modo che l'importo che l'imprenditore dovrà restituire sarà lo stesso del prestito proposto dalla prima banca.

Si indichi infine a quale delle due banche si rivolgerà l'imprenditore.

ESERCIZIO 4

Il signor Russo deve scegliere fra due modalità di investimento propostegli da due banche web:

- il Conto Verde, nel quale il capitale investito cresce al tasso $i_V = 3\%$ annuo composto;
- il Conto Giallo, nel quale il capitale investito cresce al tasso $i_G = 4\%$ annuo semplice.

Il signor Russo vuole mantenere il capitale investito fino a che la somma investita non sia aumentata di un quarto.

Si determini anzitutto il tempo T_V necessario a raggiungere l'obiettivo nel caso di investimento nel Conto Verde e il tasso di interesse periodale j_V per l'orizzonte $[0, T_V]$.

Si calcolino poi le analoghe grandezze T_G e j_G (per l'orizzonte $[0, T_G]$) nel caso del Conto Giallo.

Si determini infine in quale dei due conti investirà il signor Russo.

ESERCIZIO 5

Un investitore che ha a disposizione un patrimonio di $S = 120\,000$ euro, è determinato ad accrescerlo fino al valore $S_0 = 150\,000$. A tale scopo ha a disposizione due possibilità: la prima è investire in un fondo che promette interessi composti al 3.7% all'anno. Ci calcoli il tempo T_C necessario per raggiungere il suo scopo.

La seconda è investire in un fondo che promette interessi semplici al 10% durante il primo anno, e successivamente composti, allo stesso tasso del fondo precedente. Si calcoli il tempo T_{SC} necessario a raggiungere il suo scopo in questo secondo caso.

ESERCIZIO 6

Una banca propone ad un imprenditore un finanziamento di $S_0 = 100\,000$ euro, da restituirsi in un'unica soluzione dopo $T = 4$ anni, con gli interessi calcolati al tasso annuo lineare del 9.5%. L'impresa obietta che il tasso è superiore al massimo previsto dalla normativa vigente, che prevede che il tasso di interesse annuo composto per questo tipo di finanziamenti non possa superare il 9% annuo. Si calcoli il tasso di interesse annuo composto i^* del finanziamento proposto e si determini se l'impresa ha ragione, motivando la risposta.

Indipendentemente dall'esito della verifica precedente, le due parti non riescono a mettersi d'accordo sulle condizioni del finanziamento, che vengono allora modificate come segue: stesso importo, stessa durata, ma interessi calcolati in modo composto al tasso massimo previsto dalla normativa. In riferimento a questa nuova proposta, si calcoli l'interesse I che l'impresa dovrà corrispondere alla scadenza.

ESERCIZIO 1

Sia dato un capitale di $W(t_0)=150\text{€}$ in $t_0=0$. Si determini l'interesse che esso produce in tre anni ($t_1=3$ anni) se investito:

in regime di capitalizzazione esponenziale

(a) al tasso semestrale di interesse del 6%

(b) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

(c) secondo una legge di intensità istantanea di interesse = $0,12 \text{ anni}^{-1}$

in regime di capitalizzazione lineare

(d) al tasso semestrale di interesse del 6%

(e) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

ESERCIZIO 2

Si consideri l'operazione finanziaria consistente nell'investire all'istante $t=0$ la somma $x_t=120$ € per rientrare in possesso all'istante $s>t$ della somma $x_s=m(t,s)x_t$, essendo il tempo misurato in anni. Se il tasso di interesse annuo è pari a $i(0,1)=2\%$, si valuti la somma x_s , secondo le leggi di capitalizzazione lineare ed esponenziale, per $s=3$ mesi e $s=2$ anni.

ESERCIZIO 3

Sia dato un contratto finanziario che in $t_0 = 0$ abbia valore $W(t_0) = 97,8 \text{ €}$ e dopo 95 giorni abbia valore $W(t_1) = 101,5 \text{ €}$. Relativamente al periodo $[0; 95]$, calcolare:

- (a) l'interesse (in €)
- (b) il tasso di interesse (%)
- (c) il tasso di sconto (%)
- (d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})
- (e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (f) il tasso annuo di interesse (%)
- (f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})
- (g) il tasso semestrale di interesse (%)
- (g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

- (h) il tasso annuo di interesse (%)
- (i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESERCIZIO 4

Determinare il valore $W(t_0)$ in $t_0 = 0$ di un contratto finanziario che in $t_1 = 120$ giorni garantisce 100 €, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0; 120]$ sia del 3,63%.

(a) $W(t_0)$

Relativamente al periodo $[0; 120]$, calcolare:

(b) l'interesse (in €)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})

(e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotesizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotesizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESERCIZIO 5

Determinare il pagamento $W(t_1)$ che deve prevedere in $t_1 = 150$ giorni un contratto finanziario, che in $t_0 = 0$ giorni vale 100 €, in modo che il tasso di interesse relativo al periodo $[0, 150]$ sia del 4,25%.

(a) $W(t_1)$

Relativamente al periodo $[0, 150]$, calcolare:

(b) l'interesse (in €)

(c) il tasso di sconto (%)

(d) l'intensità di interesse (in giorni^{-1})

(e) l'intensità di sconto (in giorni^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

(f) il tasso annuo di interesse (%)

(f1) l'intensità istantanea di interesse su base annua (in anni^{-1})

(g) il tasso semestrale di interesse (%)

(g1) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale (in semestri^{-1})

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare:

(h) il tasso annuo di interesse (%)

(i) il tasso semestrale di interesse (%)

ESERCIZIO 6

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\} / \{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -98$ euro, $x_1 = 102$ euro $t_0 = 0$, $t_1 = 4$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_3 = 100$ euro al tempo $t_3 = 9$ mesi. Determinare l'importo x_2 che bisogna aggiungere al tempo $t_2 = 7$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\} / \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_2

ESERCIZIO 7

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\}/\{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$ lire, $t_0 = 0$, $t_1 = 5$ mesi. In regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

(a) Il tasso annuo di interesse (%)

(b) il tasso semestrale di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

(c) Il tasso annuo di interesse (%)

(d) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 80$ euro al tempo $t_2 = 7$ mesi. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 = 9$ mesi affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\}/\{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

(e) Importo da aggiungere x_3

ESERCIZIO 8

Sia data l'operazione finanziaria $\{x_0, x_1\} / \{t_0, t_1\}$ con $x_0 = -102$ euro, $x_1 = 107$ euro, $t_0 = 0$, $t_1 = 140$ giorni.

Assumendo la durata commerciale dell'anno (360 giorni) e del mese (30 giorni), in regime di capitalizzazione esponenziale calcolare relativamente all'operazione

- (a) L'intensità istantanea di interesse su base annua;
- (b) Il tasso semestrale di interesse (%)
- (c) Il tasso mensile di interesse (%)

In regime di capitalizzazione lineare calcolare relativamente all'operazione:

- (d) Il tasso annuo di interesse (%)
- (e) il tasso semestrale di interesse (%)

Si supponga di aggiungere all'operazione un importo $x_2 = 50$ euro al tempo $t_2 = 180$ giorni. Determinare l'importo x_3 che bisogna aggiungere al tempo $t_3 = 210$ giorni affinché l'operazione $\{x_0, x_1, x_2, x_3\} / \{t_0, t_1, t_2, t_3\}$ sia ancora equa secondo la legge di capitalizzazione esponenziale allo stesso tasso dell'operazione di partenza

- (f) Importo da aggiungere x_3

ESERCIZIO 10

Si consideri in $t_0 = 0$ l'acquisto di un titolo a cedola nulla con vita a scadenza di 20 giorni ($t_1 = 20$ giorni) e prezzo di acquisto (lordo) di $W(t_0) = 99,71$ € che rimborsa $W(t_1) = 100$ € di valore nominale.

Sapendo che tale titolo è soggetto ad una ritenuta fiscale, da pagarsi anticipatamente, del 12,5% sull'interesse lordo, calcolare relativamente all'operazione di acquisto:

- (a) l'interesse lordo
- (b) il prezzo di acquisto netto
- (c) l'interesse netto

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (d) il tasso annuo di interesse
- (e) l'intensità istantanea di interesse su base annua
- (f) il tasso semestrale di interesse
- (g) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (h) il tasso annuo di interesse:
- (i) il tasso semestrale di interesse

ESERCIZIO 11

Sia data un'operazione finanziaria consistente nell'investire in $t_0 = 0$ un capitale di $W(t_0) = x$ euro a tre anni e mezzo ($t_1 = 3,5$ anni). Sapendo che l'interesse che l'operazione produce è di $I(t_0; t_1) = 50\text{€}$, si determini il capitale iniziale $W(t_0)$ in ognuno dei seguenti casi:

in regime di capitalizzazione esponenziale

(a) al tasso semestrale di interesse del 5,5%

(b) al tasso annuo di interesse del 12%

(c) secondo una legge di intensità = $0,11 \text{ anni}^{-1}$

in regime di capitalizzazione lineare

(d) al tasso semestrale di interesse del 6%

(e) al tasso annuo di interesse dell'11,5%

ESERCIZIO 13

Si consideri al tempo $t = 0$ l'operazione finanziaria di acquisto di un titolo a cedola fissa trimestrale, con durata 10 anni, nominale 2 000 euro e quotato alla pari. Si assuma che il tasso nominale annuo sia il 4%: si calcoli il tasso interno di rendimento i^* del titolo e lo si esprima in forma percentuale e su base annua.

Si assuma invece di volere che il tasso interno di rendimento risulti $i^* = 3\%$ in base annua: che importo deve avere la cedola I affinché il t.i.r. risulti quello richiesto?

Si calcoli infine al tempo $t = 2$ mesi e secondo la legge esponenziale di tasso annuo i^* il valore W dell'operazione finanziaria di acquisto del titolo con la cedola I appena calcolata e lo si scomponga in valore montante M e valore residuo V .

ESERCIZIO 14

Si consideri in $t_0 = 0$ l'acquisto di un titolo a cedola fissa con vita a scadenza di 5 anni ($S = 5$ anni) che paga semestralmente una cedola pari a 2,375 € e rimborsa a scadenza il capitale iniziale di 100€. Il tasso d'interesse annuale è pari al 4,75%. Calcolare il valore attuale dell'operazione:

- In Legge Lineare
- In Legge Esponenziale

Sulla base dei valori attuali determinati nei punti precedenti (che quindi rendono l'operazione equa per costruzione in $t_0 = 0$), verificare per ciascuna legge, nei periodi $t_k = 2$ anni e $t_k = 5$ anni, la validità della proprietà di equità.

ESERCIZIO 15

Data l'operazione finanziaria $x = \{-350, 600\}$ ai tempi $t = \{1, 4\}$ mesi, trasformarla in una operazione equa, conformemente alla legge esponenziale con tasso semestrale di interesse $i = 5.8\%$, aggiungendo un importo x_t al tempo $t = 7$ mesi.

ESERCIZIO 16

Un imprenditore vuole in prestito 10 100 euro, da restituire dopo $T_1 = 1$ anno e 11 mesi. La banca A è disposta a concederglielo al tasso annuo semplice $i_s = 7.1\%$. Si determini l'interesse I che l'imprenditore dovrà pagare alla scadenza e il tasso interno di rendimento i_1 in base annua dell'operazione.

La banca B gli propone in prestito la stessa somma, con lo stesso interesse, con durata dell'operazione T_2 anni e tasso annuo composto $i_c = 7.2\%$. Si determini T_2 e il tasso interno di rendimento i_2 in base annua di questa seconda operazione.

A quale delle due banche conviene rivolgersi e per quale motivo?

ESERCIZIO 17

Si consideri un investitore che, all'asta del 15 settembre 2014 acquista un bot trimestrale, con scadenza il 15 dicembre dello stesso anno e valore di rimborso di 5000 euro. Il prezzo di acquisto (lordo) è di 4880 euro e tale titolo è gravato da un'imposta del 12.5% sull'interesse, che va pagata anticipatamente all'atto dell'acquisto (e quindi il prezzo netto del titolo tiene conto di tale gravame fiscale). Considerando i giorni effettivi di durata dell'operazione, calcolare le seguenti grandezze periodali:

- (a) il tasso di interesse lordo
- (b) l'intensità di interesse lorda su base giornaliera
- (c) il tasso di interesse netto
- (d) l'intensità di interesse netta su base giornaliera

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (e) il tasso annuo di interesse lordo
- (f) l'intensità istantanea di interesse lorda su base annua
- (g) il tasso annuo di interesse netto
- (h) l'intensità istantanea di interesse netta su base annua

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare:

- (i) il tasso annuo di interesse lordo
- (j) il tasso annuo di interesse netto

ESERCIZIO 18

Si consideri al tempo $t_0 = 0$ l'operazione finanziaria di durata 105 giorni con valore iniziale $x_0 = 98.20$ euro e valore finale $x_1 = 102.40$ euro, essendo $t_1 = 105$ giorni. Relativamente al periodo $(0, 105)$ giorni calcolare il fattore di sconto, il fattore montante, l'interesse, il tasso d'interesse periodale, il tasso di sconto, l'intensità d'interesse e l'intensità di sconto.

ESERCIZIO 19

Si consideri l'acquisto di un titolo a cedola nulla con vita a scadenza di 20 giorni e prezzo di acquisto (lordo) di 99.71 euro per 100 euro di valore nominale. Sapendo che tale titolo è soggetto ad una ritenuta fiscale, da pagarsi anticipatamente, del 12.5% sull'interesse lordo, calcolare relativamente all'operazione di acquisto:

- (a) l'interesse lordo
- (b) il prezzo di acquisto netto
- (c) l'interesse netto

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione esponenziale e misurando l'anno in giorni effettivi (365), calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (d) il tasso annuo di interesse
- (e) l'intensità istantanea di interesse su base annua
- (f) il tasso semestrale di interesse
- (g) l'intensità istantanea di interesse su base semestrale

Ipotizzando una sottostante legge di capitalizzazione lineare e misurando l'anno in giorni effettivi, calcolare al netto della ritenuta fiscale le quantità:

- (h) il tasso annuo di interesse
- (i) il tasso semestrale di interesse

ESERCIZIO 20

Si consideri l'operazione finanziaria che garantisce il raddoppio del capitale investito in 2 anni e 3 mesi; calcolare il tasso di interesse e il tasso di sconto su base periodale. Calcolare il tasso d'interesse equivalente su base annua e su base semestrale nel caso di legge esponenziale.

ESERCIZIO 22

Determinare l'intensità di rendimento a scadenza relativa al periodo $(0, 1/2)$ anni per le leggi finanziarie lineare ed esponenziale, assumendo un tasso di interesse annuo pari a $i = 2.3\%$.

ESERCIZIO 23

Si consideri, nell'istante di valutazione $t = 0$, un mercato descritto dalla funzione intensità istantanea di interesse

$$\delta(0, s) = a + bs + cs^3$$

essendo il tempo espresso in anni, con $a = 0.00750$, $b = 0.00030$ e $c = 0.00155$. Determinare il fattore montante, il fattore di sconto, il tasso di sconto, l'intensità di interesse e di sconto e l'intensità di rendimento a scadenza relativi al periodo $(0, 1)$ anni.

ESERCIZIO 24

Si consideri, nell'istante di valutazione $t = 0$, la legge finanziaria definita dall'intensità di rendimento a scadenza

$$h(0, s) = a + bs$$

dove il tempo è misurato in anni e $a = 0.0015$, $b = 0.00075$. Si determinino il fattore di sconto, il fattore montante, il tasso di sconto e di interesse e l'intensità istantanea di interesse relativi al periodo (0, 6 mesi).

ESERCIZIO 26

Data l'operazione finanziaria $x = \{-350, 600\}$ ai tempi $t = \{1, 4\}$ mesi, trasformarla in una operazione equa, conformemente alla legge esponenziale con tasso semestrale di interesse $i = 5.8\%$, aggiungendo un importo x_t al tempo $t = 7$ mesi.

ESERCIZIO 27

Un deposito paga il tasso annuo del 4%. Usando la legge degli interessi semplici e quella degli interessi composti.

- a) calcolare il tasso di interesse dell'operazione finanziaria che consiste nel deposito di una somma per 3 anni;
- b) determinare il tempo necessario affinché la somma investita aumenti del 15%;
- c) determinare il tempo necessario affinché la somma investita raddoppi;
- d) determinare il tasso annuo da applicare affinché la somma raddoppi in 10 anni.

ESERCIZIO 28

Sullo scadenziario $t=\{0,1,2,3,4,5\}$ (tempo misurato in anni) determinare il flusso finanziario $W(k)$ $k=0,1,\dots,5$ costruito sulla base degli interessi semplici e degli interessi composti, a partire da un capitale di 1000 euro, con tasso di interesse $i=5\%$ su base annua. Calcolare inoltre per $k=1,\dots,5$ i tassi di interesse

$$i_k = \frac{W(k) - W(k-1)}{W(k-1)}$$

i fattori montanti e i fattori di attualizzazione.

ESERCIZIO 29

Il 6/10/2016 il prezzo del BOT con scadenza 8/01/2017 è di 99.254

- a) rappresentare l'operazione finanziaria consistente nell'acquisto del BOT;
- b) Calcolare interesse, tasso di interesse, fattore di sconto e montante;
- c) calcolare il tasso di interesse su base giornaliera mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi semplici;
- d) calcolare in base ai tassi equivalenti il tasso di interesse su base giornaliera mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi semplici;
- e) calcolare in base ai tassi equivalenti il tasso di interesse su base mensile (Act/30) e annua (Act/365) rispetto alla legge degli interessi composti.

